

Impulso y cantidad de movimiento

En la figura se observa una fuerza f , constante que actúa sobre una partícula desde el instante t_1 hasta el instante t_2 . Designemos por Δt el intervalo de tiempo. Definimos entonces el impulso I de la fuerza f durante el intervalo de tiempo así:

$$I = f \Delta t$$

Observe que I es un vector que tiene la misma dirección y sentido de fuerza. Comparando la definición de impulso con la definición de trabajo mide la acción de una fuerza en el espacio (desplazamiento), el impulso mide la acción de la fuerza durante cierto intervalo de tiempo. Entre tanto, no debe olvidarse que el trabajo es una magnitud escalar y el impulso es un vector. Es evidente que en el sistema MKS, la unidad de impulso será newtons segundos (N.s.).

La ecuación $I = f \Delta t$ nos permite calcular el impulso de una fuerza constante. Si f varía durante el intervalo del tiempo, el cálculo de I puede tornarse complicado.

El concepto de impulso será importante en el estudio del movimiento de cuerpos sujetos a fuerzas muy grandes que actúan durante intervalos de tiempo muy cortos. Estas fuerzas aparecen, por ejemplo, en explosiones o en la colisión de dos cuerpos.

Supongamos ahora, que una partícula de masa m se estuviera moviendo a una velocidad V_0 y que una fuerza F constante actuara sobre la partícula durante un intervalo de tiempo. La fuerza F habrá entonces, sometido a la partícula a un impulso $I = f \Delta t$ y su velocidad parará a ser V_f .

Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

Para el caso de una sola partícula si la resultante de las fuerzas que sobre ella actúan, fuera nula, la partícula no estará sujeta a un impulso, eso es, $I = 0$. Dado que impulso $I = \Delta p$, tendremos:

$$\Delta p = 0 \text{ o sea } p = \text{constante}$$

Entonces, siendo nula la resultante de las fuerzas, la cantidad de movimiento de la partícula constante. Para que el vector p sea constante, deben permanecer invariables, su módulo, su dirección y su sentido. Esto implica que, si la partícula estuviera en movimiento, éste debería ser rectilíneo y uniforme. Evidentemente ya conocíamos este resultado, pues exactamente esto, lo que nos dice la primera ley de Newton. La conservación de la cantidad de movimiento para una sola partícula, no aumenta en nada nuestro conocimiento de mecánica.

Choques elásticos e inelásticos

La conservación de la cantidad de movimiento encuentra su mayor aplicación en el estudio de la interacción, en las cuales dos o más cuerpos ejercen mutuamente fuerzas muy grandes que duran, sin embargo un intervalo de tiempo muy pequeño. Dichas fuerzas se denominan fuerzas impulsivas, y aparecen, por ejemplo cuando una pelota de fútbol choca con el pie de un jugador, éste es un ejemplo típico de fuerza impulsiva.

Los choques entre dos partículas, por ejemplo, entre dos bolas de billar se acostumbra clasificarlas de la siguiente manera: si las partículas se mueven sobre una misma recta, antes y después de la colisión, decimos que el choque es central o directo. Si esto no ocurre, decimos que la condición es oblicua. Por otra parte, si la energía cinética de las partículas, antes de la colisión, es igual a la energía cinética total, después de la colisión, decimos que el choque es elástico. En una condición elástica, la energía cinética se conserva. En caso

contrario la colisión es inelástica. La energía cinética final podrá ser mayor o menor que el inicial. Si la energía cinética aumenta, hay forzosamente una fuente de energía que proporciona este aumento, durante la interacción si la energía cinética disminuye puede haber aparición de calor o deformaciones permanentes en los cuerpos que chocan. Finalmente, si las partículas después de la colisión se mueven con la misma velocidad, tenemos una colisión completamente inelástica, por ejemplo, cuando dos automóviles chocan y continúan adheridos después del choque.

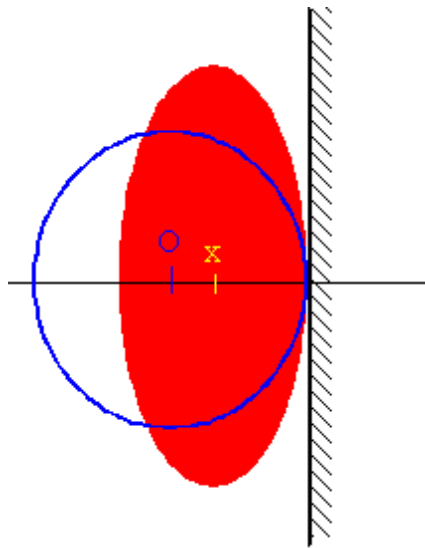
Si la colisión fuere elástica, la conservación de energía cinética nos daría una ecuación más. Notemos sin embargo que debido a la naturaleza de las fuerzas impulsivas, podemos utilizar la conservación de la cantidad de movimiento, aunque la fuerza externa no sea nula.

Coefficiente de restitución.

En este apartado se describe el impacto del balón sobre una pared rígida mediante un modelo mecánico simple.

Cuando el balón elástico impacta sobre una pared rígida, supondremos que sobre el c.m. del balón actúan dos fuerzas :

- Una fuerza elástica proporcional al desplazamiento del c.m. de módulo kx , que tiende a restaurar al c.m. a su posición de equilibrio.
- Una fuerza de rozamiento viscosa δv , proporcional a la velocidad del c.m. y que da cuenta de la pérdida de energía del balón durante el impacto.



La ecuación del movimiento del c.m., es

$$m \cdot a = -k \cdot x - \delta \cdot v$$

o bien

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \cdot \gamma \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de las oscilaciones amortiguadas, donde $\omega_0^2 = k/m$ es la frecuencia propia o natural del sistema oscilante y $\gamma = \delta/(2m)$ es la constante de amortiguamiento.

Existen tres posibles soluciones de la ecuación diferencial, de acuerdo con las raíces de la ecuación característica.

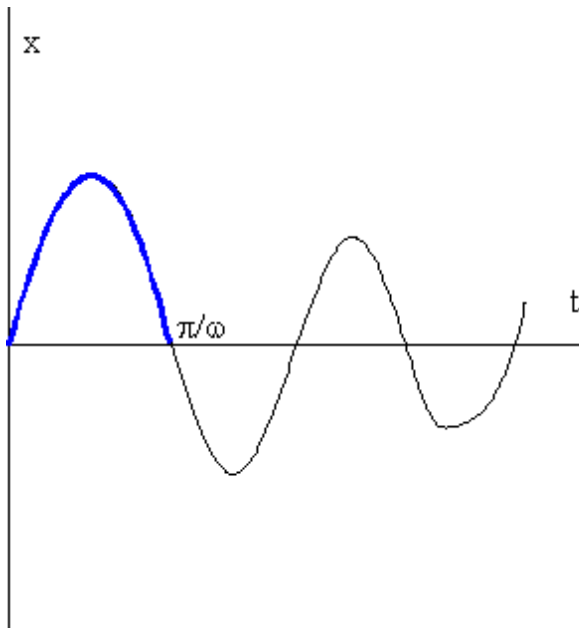
Oscilaciones amortiguadas ($\gamma < \omega_0$)

$$x = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad \text{con} \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$$

Las condiciones iniciales determinan los valores de la amplitud inicial A y de la fase inicial ϕ . En nuestro caso son: $t=0$, $x=0$, y $v=v_0$.

$$x = \frac{v_0}{\omega} \cdot e^{-\gamma t} \sin(\omega t)$$

Esta ecuación nos da la posición del c.m. del balón deformado en función del tiempo.



La figura nos muestra la representación gráfica de dicha función. Después de haber completado un semiperíodo de oscilación $P/2 = \pi/\omega$, (línea sólida de color azul) el c.m. del balón se aleja de la pared con una velocidad v dada por

$$v = -v_0 e^{-\frac{\gamma \pi}{\omega}}$$

Se define el coeficiente de restitución e como el cociente entre la velocidad final v tras el choque entre la velocidad inicial v_0 justamente antes del choque con la pared.

$$e = \exp\left(-\frac{\gamma \pi}{\omega}\right)$$

Podemos comprobar, que el coeficiente de restitución depende de dos parámetros que describen nuestro modelo simplificado, la frecuencia de la oscilación amortiguada y la constante de amortiguamiento.

Como podemos apreciar, si la constante de amortiguamiento es cero, $=0$, no hay rozamiento interno entre las diversas partes del balón, no hay pérdidas de energía, el choque es perfectamente **elástico**, y $e=1$.

Oscilación crítica ($=\delta 0$)

La solución de la ecuación diferencial es

$$x = (A \cdot t + B) e^{-r t}$$

Con las condiciones iniciales antes mencionadas: $t=0$, $x=0$, $v=v_0$. se transforma en

$$x = v_0 \cdot t \cdot e^{-r t}$$

El c.m. del balón retorna a la posición de partida después de un tiempo teóricamente infinito, es decir, el balón no rebota, la velocidad final es cero, el coeficiente de restitución es cero, $e=0$.

Oscilación sobreamortiguada ($>\delta 0$)

La solución de la ecuación diferencial es

$$x = (A \cdot e^{-\beta t} + B \cdot e^{\beta t}) \cdot e^{-r t} \quad \text{con} \quad \beta^2 = r^2 - \omega_0^2$$

Con las condiciones iniciales antes mencionadas se transforma en

$$x = \frac{v_0}{\beta} \cdot e^{-r t} \cdot \text{Sh}(\beta t)$$

El c.m. del balón retorna a la posición de partida después de un tiempo teóricamente infinito, es decir, el balón no rebota, la velocidad final es cero, el coeficiente de restitución es cero, $e=0$.

BIBLIOGRAFÍA

Física General

Alvarenga, Máximo

Editorial Harla

Internet

www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/restitucion/restitucion.htm