



UNIVERSIDAD ANDRÉS BELLO

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

TAREA # 2

RESUMEN

Para resolver un problema de análisis estructural es necesario hacer tanto un estudio matemático, para determinar las cargas y esfuerzos que afectan a la estructura, como un estudio arquitectónico, para determinar el material a utilizar en la construcción de la estructura así como sus dimensiones.

En este trabajo nos centraremos exclusivamente en el análisis matemático, con el cual obtendremos los valores que nos indicarán si efectivamente la viga puede resistir los esfuerzos a los que está sometido, además de determinar la deformación física que pudiera sentir a raíz de esos esfuerzos.

Para ello hay varios métodos matemáticos de análisis de deformaciones de vigas, de los cuales usaremos cuatro, *método de doble integración*, *método de viga conjugada*, *método de área de momento* y *método matricial*, este último se presenta a través de un programa computacional llamado SAP 2000.

En este trabajo presentamos tres estructuras continuas con diferentes dimensiones, diagramas de cargas y apoyos externos. Cada una de estas estructuras han sido desarrolladas por los cuatro métodos de análisis anteriormente mencionados. Obteniendo los resultados inicialmente supuestos; esto se debe a que según un principio fundamental del análisis estructural, debe existir una única solución para un problema estructural, independientemente del método usado en su resolución.

– 3 –

ÍNDICE

.– INTRODUCCIÓN ..	5
.– OBJETIVOS ...	6
.– RESOLUCION VIGA 1.	7
.– RESOLUCION VIGA 2.	17
.– CUADRO COMPARATIVO DE RESULTADOS ...	33
.– CONCLUSIONES	34
.– BIBLIOGRAFÍA .	35

INTRODUCCIÓN

Para la resolución matemática de la estructura, es decir, el estudio de las cargas y esfuerzos, existen varios métodos de análisis de deformaciones de vigas, de los cuales utilizaremos cuatro, el *método de doble integración*, *método de viga conjugada*, *método del área de momento* y finalmente el *método matricial*, el cual se desarrollará a través del programa computacional, SAP 2000.

Todos los métodos usados parten de un análisis previo del grado de indeterminación, así como de las reacciones de los apoyos y un análisis general de los esfuerzos por cada tramo de la estructura. A partir de este punto, cada método adopta un desarrollo diferente aunque todos ellos entregan una misma solución; con cada método obtendremos dos ecuaciones, una indica el giro ($\theta(x)$) de la viga en cualquier punto y la segunda muestra la flecha ($Y(x)$) de la viga deformada en cualquier punto de ésta.

OBJETIVO

El objetivo prioritario de esta tarea es el mostrar la resolución matemática de una estructura a través de diferentes métodos de análisis de deformaciones de vigas.

Basado en el principio fundamental del análisis estructural referido a la unicidad de soluciones, en el que se dictamina que para una estructura existirá una sola solución independientemente del método usado, para su desarrollo.

RESOLUCION VIGA 1.

Determinar la flecha y giro en cualquier parte de la viga:

6 T/m

2 T/m

3 T

4 m. 5 m.

Ma

Ha

A B C

Va

Sección de viga constante $EI = \text{cte}$

i) Grado de hiperestaticidad

$r = 3$

$E = 3$ $g_e = 3 - 3 = 0$ Estructura estable, isostática.

$e = 0$

ii) Reacciones

$$F_x = 0 : H_a = 0$$

$$F_y = 0 : V_a - (2+6) \cdot 4 = 0 \quad V_a = 16 \text{ T.}$$

2

$$M = 0 : -M_a - 2 \cdot 4 \cdot (4/2) - 4(6-2)(2/3) \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 0 \quad M_a = -22.33 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

iii) Análisis por tramos

Tramo 1: $0 < x < 4$

$$-22.33 \text{ q} (6 - 2) / 4 = \text{q} / x \quad \text{q} = x$$

M

$$F_y = 0 : V = 16 - ((x + 2) + 2) \cdot x$$

2

$$x \quad V = 16 - 2x - 0.5x^2$$

$$16 \quad V \quad V(x = 0) = 16$$

$$V(x = 4) = 0$$

$$M = 0 : M = -22.33 + 16x - \frac{x^2}{2} - 2x \cdot \frac{x}{2}$$

2 3 2

$$M_1 = -22.3 + 16x - x^2 - 0.17 x^3$$

$$M(x = 0) = -22.33$$

$$M(x = 4) = 15$$

Tramo 2: $0 < x < 5$

$$15 \text{ M} \quad F_y = 0 : V = 0$$

$$M_2 = 0 : M = 15 - 3x$$

$$M(x = 0) = 15$$

$$x \quad V \quad M(x = 5) = 0$$

iv) Diagramas

16

D.F.C.

22.33

(-)

D.M.F.

(+)

15

22.33 / EI

D.M.R.

15/ EI

Métodos de Análisis para la Viga:

1° DOBLE INTEGRACIÓN:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

i) Análisis por tramos

$$\text{Tramo 1: } M_1(x) = -22.3 + 16x - x^2 - 0.17x^3$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -22.33 + 16x - x^2 - 0.17x^3$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -22.33 + 16x - x^2 - 0.17x^3$$

$$EI \frac{dy}{dx} = -22.33x + 8x^2 - 0.33x^3 - 0.04x^4 + C_1$$

$$EI Y_1 = -11.17x^2 + 2.67x^3 - 0.08x^4 - 0.008x^5 + C_1x + C_2$$

$$\text{Tramo 2: } M_2(x) = 15 - 3x$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 15 - 3x$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 15 - 3x$$

$$EI \frac{dy}{dx} = 15x - 1.5x^2 + C_3$$

$$EI Y_2 = 7.5x^2 - 0.5x^3 + C_3x + C_4$$

ii) Condiciones de borde

$$1.- Y_1(x=0) = 0 \quad C_2 = 0$$

$$2.- (x = 0) = 0 \quad C1 = 0$$

$$3.- Y1 (x = 4) = Y2 (x = 0) \quad C4 = -36.51$$

$$4.- (x = 4) = (x = 0) \quad C3 = 7.32$$

-10-

Una vez determinadas las constantes, son sustituidas en las ecuaciones a las que pertenecen, obteniendo las expresiones de flecha y giro en cualquier punto de esta viga.

$$= (-22.33x + 8x^2 - 0.33x^3 - 0.04x^4) / EI$$

$$Y1 = (-11.17x^2 + 2.67x^3 - 0.08x^4 - 0.008x^5) / EI$$

$$= (15x - 1.5x^2 + 7.32) / EI$$

$$Y2 = 7.5x^2 - 0.5x^3 + 7.32x - 36.51$$

-11-

2º VIGA CONJUGADA:

La viga conjugada para la viga original es la siguiente:

Usaremos el diagrama de momento reducido como sistema de cargas, sobre la nueva viga (conjugada)

22.33

EI

Md

B C D

Hd

A

Vd

15/ EI

Antes de continuar con la resolución del ejercicio es necesario determinar el punto de corte del diagrama con la viga (B)

$$M1' (x) = 0 -22.3 + 16x - x^2 - 0.17 x^3 = 0$$

$$x = 1.6 \text{ m (desde el punto A)}$$

-12-

i) Reacciones

$$F_x = 0 : H_d = 0$$

$$1.64$$

$$F_y = 0 : V_d + \int_0^{1.6} M_1'(x) dx - \int_0^{1.6} M_1'(x) dx - \left(\frac{15}{EI} \right) \cdot 5 = 0$$

$$0.162$$

$$V_d = 77.75 / EI \text{ [T.]}$$

$$2.40$$

$$M_d = 0 : M_d + \left(\frac{15}{EI} \right) \cdot 5 \cdot (2 \cdot 5) + \int_0^{2.4} M_1(x) \cdot (5 + x) dx - \int_0^{2.4} M_1'(x) \cdot (7.4 + x) dx = 0$$

$$2.342.4$$

$$M_d = -61.26 \text{ T}\cdot\text{m}$$

ii) Análisis por tramos

$$\text{tramo 1 : } 0 < x < 1.6$$

$$x$$

$$M_1'(x) \quad M \quad F_y = 0 : V = \int_0^x M_1'(x) dx$$

$$0$$

$$V_1(x) = (-22.33x + 8x^2 - 0.3x^3 - 0.004x^4) / EI$$

$$V(x=0) = 0$$

$$x \quad V$$

$$V(x=1.6) = -16.86/EI$$

$$M = 0 : M = \int_0^x M_1'(x) \cdot x dx$$

$$M_1(x) = (-11.17x^2 + 5.33x^3 - 0.25x^4 - 0.03x^5) / EI$$

$$M(x=0) = 0$$

$$M(x=1.6) = -8.72/EI$$

$$-13-$$

$$\text{Tramo 2: } 0 < x < 2.4$$

$$2.4$$

$$M \quad F_y = 0 : V = -16.86 - "M1' (x) \, dx$$

$$-8.72/EI \times 0$$

$$V2 (x) = (-16.86 - 22.33x + 8x^2 - 0.3x^3 - 0.004x^4)/EI$$

$$V (x = 0) = - 16.86/EI$$

$$V$$

$$V (x = 2.4) = -30.26 /EI$$

$$-16.86/EI \times$$

$$M1' (x) \quad M = 0: M = -8.72/EI - (16.86/EI)x - "M1' (x)*x \, dx$$

$$0$$

$$M = (-8.72 - 16.74x + 11.17x^2 - 5.33x^3 + 0.25x^4 + 0.03x^5)/EI$$

$$M (x = 0) = -8.72/EI$$

$$M (x = 2.4) = -47.56/EI$$

$$\text{Tramo 3: } 0 < x < 5$$

$$-47.56/EI \quad M \quad \underline{15/EI} = q \quad q = 3x / EI$$

$$x \, 5 \times Q = (15 - 3x) / EI$$

$$Q \quad F_y = 0 : V = -(15 - 3x)* x /EI - (3x/EI)(x/2) - 30.26/EI$$

$$q \quad V \quad V3 (x) = (- 30.26 - 15 x + 1.5 x^2) / EI$$

$$- 30.26/EI \quad V (x = 0) = -30.26 / EI$$

$$V (x = 5) = - 67.76 / EI$$

$$M = 0 : M = (-30.26x - 47.56 - (15-3x) x (x/2) - 3x (x/2) (2x/3)) / EI$$

$$M3 (x) = (-47.56 -30.26x - 7.5x^2 + 0.5x^3)/ EI$$

$$M (x = 0) = -47.56/EI$$

$$M (x = 5) = -323.86/EI$$

$$-14-$$

Como condición del método de viga conjugada, las ecuaciones de corte en la viga conjugada son las ecuaciones de giro en la viga real, lo mismo ocurre con la ecuación de momento de la viga conjugada que se convertiría en la ecuación de flecha en la viga real.

Por lo tanto tenemos:

Viga conjugada Viga real

$$V(x) \quad (x)$$

$$M(x) \quad Y(x)$$

$$1 = V1(x) = (-22.33x + 8x^2 - 0.3x^3 - 0.004x^4) / EI$$

$$Y1 = M1(x) = (-11.17x^2 + 5.33x^3 - 0.25x^4 - 0.03x^5) / EI$$

$$2 = V2(x) = (-16.86 - 22.33x + 8x^2 - 0.3x^3 - 0.004x^4) / EI$$

$$Y2 = M2(x) = (-8.72 - 16.74x + 11.17x^2 - 5.33x^3 + 0.25x^4 + 0.03x^5) / EI$$

$$3 = V3(x) = (-30.26 - 15x + 1.5x^2) / EI$$

$$Y3 = M3(x) = (-47.56 - 30.26x - 7.5x^2 + 0.5x^3) / EI$$

-15-

3° AREA MOMENTO

La línea del eje deformado de la viga en estudio seria aproximadamente:

A B C

Yc

Dado este eje deformado, se tiene que:

Punto A:

$$A = 0$$

$$YA = 0$$

Punto C:

C = Area total del diagrama de momento reducido:

$$2.4 \quad 1.6$$

$$C = \underline{15 * 5} + \int M1(x) dx - \int M1(x) dx$$

$$2 \quad 0 \quad 0$$

$$C = 40.86 \text{ m}^2$$

YC = Area * brazo, del total del area del diagrama de momento reducido

2.4 1.6

$$Y_C = \underline{15 * 5} * (\underline{2} * 5) + "M1 (x) * (x+5) dx - "M1 (x) * (x+7.4) dx$$

2 3 0 0

$$Y_C = 189.50 \text{ m}^3$$

–16–

RESOLUCION VIGA 2

$$Q = 7 \text{ [T/m]}$$

$$P = 10 \text{ [T]}$$

$$L = 3 \text{ [m]}$$

Reacciones:

$$" F_y = 0 \quad V_a + V_b = 2P + qL/2$$

$$V_a + V_b = 30,5$$

$$" M_a = 0 \quad -PL + 2L V_b - qL/2 (2L + 2L/3) + PL = 0$$

$$6V_b - 84 = 0$$

$$V_b = 14 \text{ [T]}$$

$$V_a = 16,5 \text{ [T]}$$

–17–

Análisis por tramos:

Tramo 1: $0 \leq x < 3$

X

Tramo 2: $0 \leq x < 3$

X

Tramo 3: $0 \leq x < 3$

X

–18–

Tramo 4: $0 \leq x < 3$

X

–19–

Gráficos diagramas de Corte y Momento:

–20–

Métodos de Análisis para la Viga:

1° DOBLE INTEGRACIÓN:

EI $\frac{d^2Y}{dx^2} = M$ /" $M = M(x)$, para cada tramo analizado.

"X²

"Y = (Giro) /"

"X

Y(x) = (Flecha)

Tramo 1: 0 " $x < 3$

$M(x) = -10x$

EI $\frac{d^2Y}{dx^2} = -10x$ /"

"X²

EI $= -5x^2 + C1$ /"

EI $Y1 = -5x^3/3 + C1x + C2$

$Y1(3) = 0$

$0 = -5 \cdot 9/6 + 3C1 + C2$

$3C1 + C2 = 45$

Tramo 2: 0 " $x < 3$

$M(x) = 6,5x - 30$

EI $\frac{d^2Y}{dx^2} = 6,5x - 30$ /"

"X²

EI $= 6,5x^2/2 - 30x + C3$ /"

EI $Y2 = 6,5x^3/6 - 30x^2/2 + C3x + C4$

-21-

$$Y_2(0) = 0$$

$$(3) = (0)$$

$$C_4 = 0$$

$$C_1 - 10 \cdot 9/2 = C_3$$

$$C_1 - C_3 = 45$$

Tramo 3: $0 \leq x < 3$

$$M(x) = -3,5x - 10,5$$

$$EI \frac{d^2 Y}{dx^2} = -3,5x - 10,5 \text{ /"}$$

$$\frac{d^2 Y}{dx^2}$$

$$EI \frac{dY}{dx} = -3,5x^2/2 - 10,5x + C_5 \text{ /"}$$

$$EI Y_3 = -3,5x^3/6 - 10,5x^2/2 + C_5x + C_6$$

$$Y_2(3) = Y_3(0)$$

$$(3) = (0)$$

$$Y_3(0) = 0$$

$$6,5 \cdot 9/2 - 30 \cdot 3 + C_3 = C_5$$

$$C_3 - C_5 = 60,75$$

$$6,5 \cdot 3^3/6 - 30 \cdot 9/2 + 3C_3 = C_6$$

$$3C_3 - C_6 = 105,75$$

$$0 = -63 + 3C_5 + C_6$$

$$3C_5 + C_6 = 63$$

-22-

Tramo 4: $0 \leq x < 3$

$$M(x) = -7x^3/18 + 10,5x - 21$$

$$EI \frac{d^2 Y}{dx^2} = -7x^3/18 + 10,5x - 21 \text{ /"}$$

$$\frac{d^2 Y}{dx^2}$$

$$EI = -7x^4/72 + 10,5x^2/2 - 21x + C7 /''$$

$$EI Y4 = -7x^5/360 + 10,5x^3/6 - 21x^2/2 + C7x + C8$$

$$Y4(0) = 0$$

$$(3) = (0)$$

$$C8 = 0$$

$$-3,5*9/2 - 10,5*3 + C5 = C7$$

$$C5 - C7 = 47,25$$

$$C3 - C5 = 60,75$$

$$3C3 - C6 = 105,75$$

$$3C5 + C6 = 63$$

$$C1 = 103,5$$

$$C2 = -265,5$$

$$C3 = 58,5$$

$$C4 = 0$$

$$C5 = -2,25$$

$$C6 = 69,75$$

$$C7 = -49,5$$

$$C8 = 0$$

$$-23-$$

Giro y Desplazamiento por tramos (para cualquier punto de la viga)

Tramo 1

$$(x) = 1 \underline{[-5x^2 + 103,5]}$$

$$EI$$

$$Y1(x) = \underline{1} [-1,667x^2 + 103,5x - 295,5]$$

$$EI$$

Tramo 2

$$(x) = 1 \int [3,25x^2 - 30x + 58,5]$$

EI

$$Y_2(x) = \frac{1}{EI} [1,083x^3 - 15x^2 + 58,5x]$$

EI

Tramo 3

$$(x) = 1 \int [-1,75x^2 - 10,5x - 2,25]$$

EI

$$Y_3(x) = \frac{1}{EI} [-0,583x^3 - 5,25x^2 + 2,25x + 69,75]$$

EI

Tramo 4

$$(x) = 1 \int [-0,0972x^4 + 5,25x^2 - 21x - 49,5]$$

EI

$$Y_4(x) = \frac{1}{EI} [-0,01944x^5 + 0,25x^3 - 10,5x^2 - 49,5x]$$

EI

-24-

2° AREA DE MOMENTO:

D

B D D

Proposiciones, método Area de Momento

1°)

$a-b = Aa-b \text{ D.M.R}$

2°)

$t_a/b = Aa-b \text{ D.M.R} * \text{brazo}$

$$\text{D.M.R} = \underline{\text{D.M.F}}$$

EI

-25-

$${}^{\circ}B/D = 6 D$$

$$= \underline{1} [-19,5*3*1/2 - 10,5*3*1,5 - 9,5*3*5/2 - 10,5*3*4,5]$$

EI

$$= \underline{1} [-289,5]$$

EI

$$D = \underline{1} [-48,25]$$

EI

$${}^{\circ}D/B = 6 B$$

$$= \underline{1} [-19,5*3/2 - 10,5*3*4,5 - 9,5*3*1/2 - 10,5*3*1,5]$$

EI

$$= \underline{1} [-349,5]$$

EI

$$B = \underline{1} [-58,25]$$

EI

$${}^{\circ}A = 3 B + {}^{\circ}A/B$$

$$= \underline{1} [-58,25*3 - 30*3*2/2]$$

EI

$$= \underline{1} [-264,75]$$

EI

$${}^{\circ}E = 3 D + {}^{\circ}E/D$$

$$= \underline{1} [-48,25 - 21*3*2,4/4]$$

EI

$$= \underline{1} [-154,2]$$

EI

-26-

3° VIGA CONJUGADA:

-27-

$$\sum F = 0 \quad V_a + V_e + 30/EI \cdot 3/2 + 29,25/EI + 31,5/EI + 15,75/EI + 31,5/EI + 15,75/EI = 0$$

$$V_a + V_e = -168,75/EI$$

$$\sum M_d (\text{izq}) -3V_a - M_a - 45/EI = 0$$

$$M_a = 3V_a + 45/EI$$

$$\sum M_d (\text{der}) 3V_e + M_e + 15,75/EI \cdot 3/5 = 0$$

$$M_e = -9,45 - 3 V_e$$

$$-M_a + 90/EI + 117/EI + 378/EI + 126/EI + 151,2/EI + M_e + 12V_d = 0$$

$$3V_a + 4897,75 + 9V_d = 0$$

$$V_a + 3 V_e = -299,25/EI$$

$$V_a + V_e = -168,75/EI$$

$$V_a = -103,5/EI$$

$$M_a = -265,5/EI$$

$$V_e = -65,25/EI$$

$$M_e = -205,2/EI$$

Proposiciones, método Viga conjugada

1°)

$$V(x) (v.c) = (v.r)$$

2°)

$$M(x) (v.c) = Y (v.r)$$

V.C = viga conjugada

V.R = viga real

Análisis por tramos:

Tramo 1: $0 \leq x < 3$

X

$x \leq 3$

–29–

Tramo 2: $0 < x < 3$

Tramo 3: $0 < x < 3$

–30–

Tramo 4: $0 < x < 3$

–31–

Giro y Desplazamiento por tramos (para cualquier punto de la viga)

Tramo 1

$$(x) = 1 \int -5x^2 + 103,5]$$

EI

$$Y1(x) = \frac{1}{EI} [-1,667x^2 + 103,5x - 265,5]$$

EI

Tramo 2

$$(x) = 1 \int 3,25x^2 - 30x + 58,5]$$

EI

$$Y2(x) = \frac{1}{EI} [1,083x^3 - 15x^2 + 58,5x]$$

EI

Tramo 3

$$(x) = 1 \int -1,75x^2 - 10,5x - 2,25]$$

EI

$$Y3(x) = \frac{1}{EI} [-0,583x^3 - 5,25x^2 + 2,25x + 69,75]$$

EI

Tramo 4

$$(x) = 1 \int -0,0972x^4 + 5,25x^2 - 21x - 49,5]$$

EI

$$Y4(x) = \frac{1}{EI} [-0,01944x^5 + 0,25x^3 - 10,5x^2 - 49,5x]$$

CUADRO COMPARATIVO DE SOLUCIONES

A continuación presentamos un cuadro comparativo de las soluciones entregadas por los tres diferentes métodos para cada viga.

VIGA 1

Mostramos los valores del giro y de la flecha de la viga deformada, en los puntos A y C.

Método	A [m2]	YA [m3]	C [m2]	YC [m3]
Doble integración	0	0	44.82	125.09
Viga Conjugada	0	0	-67.76	-323.86
Area de momento	0	0	40.86	189.5

VIGA 2

CONCLUSIONES

Analizar una estructura es fundamental para conocer el comportamiento de esta frente a las diferentes sollicitaciones tanto estáticas como dinámicas.

Frente a estas sollicitaciones las estructuras sufren pequeñas deformaciones internas, tanto en los nudos como en la viga misma, siempre que los apoyos o la viga misma permita alguna deformación. El conocer estos comportamientos permite saber si la deformación será resistida por la estructura y así no falle.

Para determinar estas deformaciones se pueden utilizar 3 métodos diferentes en su forma de cálculo, pero que entregan los mismos resultados.

Estos métodos son:

Doble Integración

Area de Momento

Viga conjugada

La aplicación de cada método es opción del usuario, que teniendo los conocimientos y el criterio necesario para utilizar uno u otro.

Los criterios principales son:

Tipo de viga y cargas aplicadas

Cantidad de apoyos

Tipo de curva de deformación

Diagramas de Corte y momento

Etc.

Como es posible ver en los ejercicios resueltos los tres métodos entregan resultados muy similares, por lo que el método de análisis para cada viga funciona.

Las variaciones o errores que se pueden apreciar en las tablas comparativas muestran que, como es sabido, la multiplicación incrementa el error. Para el caso de la viga 1 el error entre los métodos de Doble Integración y Area de Momento, con respecto al de Viga Conjugada, se debe a que en este último el análisis se realiza a partir de una función cúbica, lo que incrementa y arrastra directamente el error.

El método de Doble integración, a pesar que siempre funciona para resolver cualquier viga, es extenso de resolver y esto por lo general puede acarrear errores tanto aritméticos como de cálculo.

El método de Area de Momento, más corto de desarrollar en ciertos casos, tiene el inconveniente que entrega como resultado solo las deformaciones en puntos específicos.

El método de Viga Conjugada depende directamente del diagrama de Momento Reducidos, que si es complejo, la resolución de este método también es complejo y a la vez extenso.

Ante estas apreciaciones es importante recalcar que los 3 métodos antes mencionados cumplen con su objetivo de analizar las deformaciones de las vigas siempre u cuando su uso sea el adecuado.

BIBLIOGRAFÍA

.- Análisis estructural, R.C. Hibbeler

.- Análisis estructural, J. P. Laible

.- Análisis estructural, P. Hidalgo

$M(x)$

" $F_y = 0 - V(x) - 10 = 0$

$V(x) = -10 \text{ T}$

" $M = 0 \quad M(x) + 10x = 0$

$M(x) = -10x$

$M(0) = 0 \text{ Tm}$

$M(3) = -30 \text{ Tm}$

10 T

Va

Vb

L L L L

Ha

A

10 T

$$" F_y = 0 - V(x) + 16,5 - 10 = 0$$

$$V(x) = 6,5 \text{ T}$$

$$" M = 0 \quad M(x) - 16,5x + 10x$$

$$+ 30 = 0$$

$$M(x) = 6,5x - 30$$

$$M(0) = -30 \text{ Tm}$$

$$M(3) = -10,5 \text{ Tm}$$

C

E

B

D

P

V(x)

P

q

M(x)

30 Tm

V(x)

16,5 T

$$" F_y = 0 - V(x) + 6,5 - 10 = 0$$

$$V(x) = -3,5 \text{ T}$$

$$" M = 0 \quad M(x) - 6,5x + 10x$$

$$+ 10,5 = 0$$

$$M(x) = -3,5x - 10,5$$

$$M(0) = -10,5 \text{ Tm}$$

$$M(3) = -21 \text{ Tm}$$

$$10 \text{ T}$$

$$M(x)$$

$$10,5 \text{ Tm}$$

$$V(x)$$

$$6,5 \text{ T}$$

$$7x/3 \text{ T/m}$$

$$" F_y = 0 - V(x) + 14 - 3,5 - 7x^2/6 = 0$$

$$V(x) = -7x^2/6 + 10,5$$

$$V(0) = 10,5 \text{ T}$$

$$V(3) = 0 \text{ T}$$

$$" M = 0 M(x) - 14x + 3,5x + 21$$

$$-7x^2/6 * x/3 = 0$$

$$M(x) = -7x^3/18 + 10,5x - 21$$

$$M(0) = -21 \text{ Tm}$$

$$M(3) = 0 \text{ Tm}$$

$$3,5 \text{ T}$$

$$M(x)$$

$$21 \text{ Tm}$$

$$V(x)$$

$$14 \text{ T}$$

$$7$$

$$h$$

$$3-x$$

x

q

P

P

D

B

E

C

A

10,5 T

6,5 T

2°

(+)

D.F.C

(-)

(-)

- 3,5 T

- 10 T

3°

(-)

(-)

D.M.F

3°

(-)

(-)

D.M.R

"E/D

"A

C

"E

3 B

E

B

A

D

Tg D

"B/D

Tg B

P

q

Tg E

Tg D

P

Tg A

Tg D

q

P

P

D

B

E

C

A

3°

(-)

(-)

D.M.R

30/EI

21/EI

3°

10,5/EI

E

D

C

B

A

Ma

Me

Ve

Va

10x/EI

" $F_y = 0 \quad V(x) = -103,5/EI + (10x \cdot x/2)/EI$

$= V(x) = (-103,5 + 5x^2)/EI$

$V(0) = -103,5/EI \quad T$

$V(3) = -58,5/EI \quad T$

" $M = 0 \quad M(x) = (-103,5x + 265,5 + 10x \cdot x^2/2 \cdot x/3)/EI$

$Y1 = M(x) = (-103,5x + 265,5 + 1,667x^3)/EI$

$M(0) = 265,5/EI \quad Tm$

$$M(3) = 0 \text{ Tm}$$

$$M(x)$$

$$265,5/EI$$

$$V(x)$$

$$-103,5/EI$$

$$30/EI$$

$$h$$

$$10,5x/EI$$

$$" F_y = 0 \quad V(x) = ((10,5x+30)/2 * x + 58,5) / EI$$

$$= V(x) = (3,25x^2 - 30x + 58,5)/EI$$

$$V(0) = 58,5/EI \text{ T}$$

$$V(3) = -2,2,5/EI \text{ T}$$

$$" M = 0 \quad M(x) = ((10,5x+30)/2 * (x - (60+10,5x)/3(10,5x+30) - 58,5x)/EI$$

$$Y^2 = M(x) = (1,083x^3 - 15x^2 + 58,5x)/EI$$

$$M(0) = 0 \text{ Tm}$$

$$M(3) = 69,74/EI \text{ Tm}$$

$$30/EI$$

$$X$$

$$M(x)$$

$$V(x)$$

$$-58,5/EI$$

$$" F_y = 0 \quad V(x) = ((-21x-10,5)/2 * x - 2,25) / EI$$

$$= V(x) = (1,75x^2 - 10,5x - 2,25)/EI$$

$$V(0) = -2,25/EI \text{ T}$$

$$V(3) = -49,5/EI \text{ T}$$

$$" M = 0 \quad M(x) = ((-21x-10,5)/2 * (x - (42x-10,5x)/3(10,5+21x) - 2,25x)/EI$$

$$Y_3 = M(x) = (-0,583x^3 - 5,25x^2 + 2,25x + 69,75)/EI$$

$$M(0) = 69,75/EI \text{ Tm}$$

$$M(3) = 0 \text{ Tm}$$

$$10,5/EI$$

$$21/EI$$

$$X$$

$$M(x)$$

$$69,74/EI$$

$$V(x)$$

$$-2,25/EI$$

$$" F_y = 0 \quad V(x) = 1/EI * (-0,389x^3 + 10,5x - 21) - 49,5/EI$$

$$= V(x) = (-0,0972x^4 + 5,25x^2 - 21x - 49,5)/EI$$

$$V(0) = -49,5/EI \text{ T}$$

$$V(3) = -73,1/EI \text{ T}$$

$$" M = 0 \quad M(x) = 1/EI * (-0,389x^3 + 10,5x - 21)x \, dx - 49,5/EI$$

$$Y_3 = M(x) = (-0,01944x^5 + 0,25x^3 - 10,5x^2 - 49,5x)/EI$$

$$M(0) = 0 \text{ Tm}$$

$$M(3) = -240,97/EI \text{ Tm}$$

$$(-0,389x^3 + 10,5x - 21)/EI$$

$$X$$

$$M(x)$$

$$V(x)$$

$$-49,5/EI$$

$$"B/D$$

$$D- B$$

$$6 B$$

6 D

"A/D

9 D

c

Tg A

Tg C