

MATRICES

MATRIZ: Tabla de números colocados en n filas con p elementos y p columnas.

La ordenación por filas y columnas de varias variables medidas en un conjunto de sujetos.

ORDEN DE UNA MATRIZ: n° de filas por n° de columnas.

SIMBOLIZACIÓN: Normalmente se hace con una letra mayúscula y como subíndice su orden. Y los elementos se simbolizan con una letra minúscula, cómo su posición dentro de la matriz.

Tipos de matrices

MATRIZ FILA O VECTOR FILA: Matriz de orden 1xp. Se suele simbolizar con minúsculas y apostrofe.

MATRIZ COLUMNAO VECTOR COLUMNA: Orden nx1

MATRIZ CUADRADA: Mismo n° de filas y de columnas.

MATRIZ TRANSPUESTA: Si la matriz A tiene un orden n x p, su transpuesta

$$A' = p \times n$$

$$A_{3 \times 2} \quad B_{2 \times 3} \quad A_{2 \times 3} \quad B_{3 \times 1} \quad 0$$

$$1 \quad 3 \quad 2 \quad 3 \quad 1$$

$$01$$

OPERACIONES

- **IGUALDAD:** Dos matrices son iguales si coinciden todos sus elementos en el mismo orden.
- **SUMA:** Sólo se pueden sumar matrices equidimensionales.
- **RESTA:** como la suma de lo opuesto.
- Calcular el opuesto (cambiar el signo)
- Se suman
 - ♦ **MULTIPLICAR**
- Producto de un escalar por una matriz. Rdo: matriz del mismo orden. Se mult cada elemento por el escalar
- Producto de dos matrices escalares o producto interno de dos vectores: nos daría un solo n° y sería el rdo de mult un vector fila por un vector columna

Para multiplicar es necesario que sean conformables.

- Multiplicación de dos matrices: la condición es que sean conformables. Se calcula como el rdo del producto interno del vector fila y de la primera matriz por el vector columna j de la segunda matriz.
 - ♦ **MATRIZ SIMÉTRICA:** Matriz cuadrada en la que el elemento colocado en la fila i y columna j es igual al situado en la fila j, columna i.
- En las matrices simétricas siempre son iguales a sus transpuestas. Es cuadrada.

- ◆ **MATRIZ DIAGONAL:** Matriz simétrica en la que todos los valores son cero excepto los situados en la diagonal.
- ◆ **MATRIZ ESCALAR:** Matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal son iguales.
- ◆ **MATRIZ IDENTIDAD:** matriz escalar cuyos elementos de la diagonal son unos.
- ◆ **MATRIZ TRIANGULAR:**
 - ◇ **Superior:** matriz cuadrada cuyos elementos por debajo de la diagonal principal son nulos.
 - ◇ **Inferior:** matriz cuadrada cuyos elementos por encima de la diagonal ppal son nulos.
- ◆ **TRAZA DE UNA MATRIZ:** La suma de los elementos de la diagonal principal.
- ◆ **DETERMINANTE DE UNA MATRIZ:** Es el índice de varianza generalizada de dicha matriz.
- ◆ **EQUIDIMENSIONALIDAD:** Entre dos matrices cuando tienen el mismo orden.
- ◆ **CONFORMABLES:** Cuando el n° de columnas de una coincide con el n° de filas de otra.

29.03.05

MANUALES: libro verde. Seoane. Bisquerra. Charo Martinez.

• CONCEPTO:

- ◇ Técnica multivariada, que según el esquema de Riba pertenecería a las matrices tipo C, donde todas las variables tienen la misma categoría son variables x. Objetivo: extraer de esa matriz de variables x una información acerca de la estructura de los datos.
- ◇ Técnica multivariada correlacional, cuyo objetivo es redefinir las interrelaciones entre las variables en terminos de relación, de estas con un conjunto de variables hipotéticas (factores) de menor .
- ◇ Técnica correlacional
- ◇ Técnica reductiva
- ◆ **SEOANE:** Un método para formar nuevos conceptos abstractos, tomando como partida las observaciones empíricas y sus relaciones.
- ◆ **FERGUSON:** un método de análisis que puede ayudar al investigador en la interpretación significativa de la forma en que se relacionan las variables.
- ◆ **FELIX CALVO:** Estrategia de **parsimonia** mediante la cual reducimos un conjunto numeroso de variables, a partir de sus relaciones a unos pocas dimensiones centrales que llamamos **factores** que nos resumen la información sin perder información explicativa.
- ◆ **Pone énfasis en el carácter reductivo.**
- ◆ **Parsimonia:** principio científico, ante dos explicaciones válidas de una realidad en ciencia nos quedamos siempre la más simple.

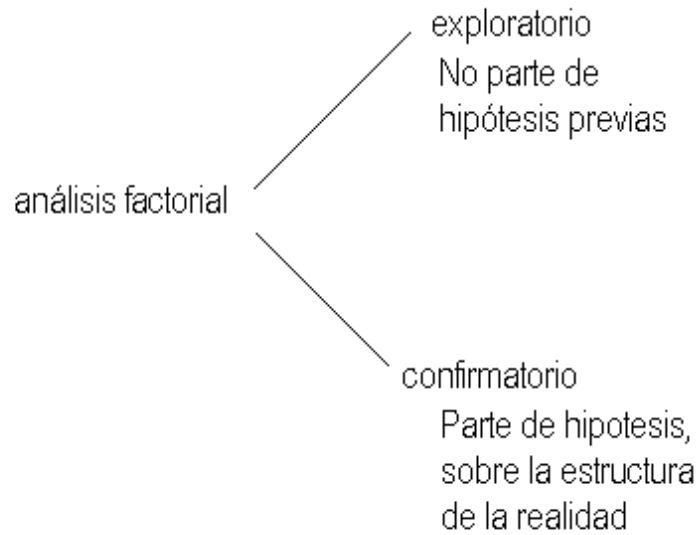
A partir de las relaciones de variables se forman factores.

FACTOR: las variables que comparten mayor varianza común.

Técnica taxonómica (hacer una clasificación) a partir de la varianza común podemos establecer factores.

Uso:

- ◇ Hacer clasificación.
- ◇ Determinar estructuras subyacentes a un conjunto de variables empíricas.
- ◇ Validez de constructo.



ANÁLISIS FACTORIAL

Los inconvenientes del AF

Cuando hacemos AF hay diferentes métodos de factorización y no todos dan la misma solución. Muchas veces no da la misma solución.

Se utiliza en agronomía, botánica, teorías de la inteligencia para definir clasificaciones.

Fases del análisis factorial

directa típica

Correlaciones Factorial Factorial

Directa Rotada

Lo podría sintetizar en estas seis matrices.

◆ FASE DE PREPARACIÓN

1-Definir una serie de variables

– Matriz X=coincidir cada variable empírica en un sujeto.

2-Matriz Z. Se hace para hallar la matriz de correlaciones después. Todas las variables tendrán de media cero y de desviación típica uno. Lo que hacemos es estandarizamos variables.

3-Matriz **R**: variables x variables.

◆ FASE DE FACTORIZACIÓN

4- Matriz A: factorización método a través del cual voy a obtener los factores.

Matriz $A_{p \times k}$ variables por factores (k)

Matriz factorial: filas variables y columnas factores. Según el principio de parsimonia $k > p$. Problema que plantea es que esta matriz no es interpretable.

◆ FASE DE ROTACIÓN

Matriz Rotada: $F_{p \times k}$: a la factorización directa la rotamos con un método. El objetivo es hacerla interpretable. Se diferencia con la anterior en la forma en que se distribuyen las cargas factoriales. Aquí ya podemos dar nombre a los factores.

◆ FASE DE INTERPRETACIÓN

PNXK : A veces para interpretar que son los factores necesitamos saber como serían los sujetos en dichos factores.

Ejemplos de Seane:

	Altura de pie	Altura sentado	Contorno pecho (insp.)	Contorno pecho (asp.)	Peso
1	181	94	104	98	82
2	176	91	104	97	85
3	176	93	97	90	74
4	176	88	87	81	55
5	173	89	83	77	59
6	171	88	81	76	53
7	176	90	101	92	89
8	186	92	98	90	75
9	175	90	94	88	66
10	171	87	91	84	62
11	168	86	96	88	67
12	169	86	94	88	66
13	178	94	94	86	70
14	169	87	93	87	62
15	176	90	89	80	64
16	182	95	97	90	70
17	162	89	92	86	66
18	167	87	102	96	91
19	174	94	90	82	64
20	158	86	90	82	61

Tabla 1. Matriz de datos originales de las 5 medidas citadas, realizadas sobre 20 sujetos.

	Altura de pie x = 172.75 s = 6.56	Altura sentado x = 89.80 s = 2.93	Contorno (insp.) x = 93.85 s = 6.17	Contorno (asp.) x = 86.90 s = 6.02	Peso x = 69.05 s = 10.41
1	1.2576	1.4334	1.6451	1.8439	1.2440
2	0.4954	0.4096	1.6451	1.6777	1.5322
3	0.4954	1.0922	0.5105	0.5105	0.4755
4	-0.8765	-0.6143	-1.1102	-0.9801	-1.3497
5	0.0381	-0.2730	-1.7585	-1.6445	-0.9654
6	-0.2668	-0.6143	-2.0827	-1.8106	-1.5418
7	0.4954	0.0683	1.1588	0.8472	1.9164
8	2.0198	0.7509	0.6726	0.5150	0.5716
9	0.3430	0.0683	0.0243	0.1827	-0.2930
10	-0.2668	-0.9556	-0.4619	-0.4817	-0.6772
11	-0.7241	-1.2969	0.3485	0.1827	-0.1969
12	-0.5716	-1.2969	0.0243	0.1827	-0.2930
13	0.8003	1.4334	0.0243	-0.1495	0.0913
14	-0.5716	-0.9556	-0.1378	0.0166	-0.6772
15	0.4954	0.0683	-0.7861	-1.1462	-0.4851
16	1.4101	1.7747	0.5105	0.5105	0.0913
17	-1.6387	-0.2730	-0.2998	-0.1495	-0.2930
18	-0.8765	-0.9556	1.3209	1.5116	2.1085
19	0.1905	1.4334	-0.6240	-0.8140	-0.4851
20	-2.2485	-1.2969	-0.6240	-0.8140	-0.7733

Tabla 2. Matriz de puntuaciones z.

	1	2	3	4	5
1	1.000	.7733	.3362	.3721	.3617
2	.7733	1.000	.2801	.3170	.3041
3	.3362	.2801	1.000	.9835	.8880
4	.3721	.3170	.9835	1.000	.9123
5	.3617	.3041	.8880	.9123	1.000

Matriz de intercorrelaciones R.

Altura de pie	Altura sentado	Contorno(insp)	Contorno(exp)	Peso
media:172,75 Dtípica:6,56	media 89,80 Dtípica:2,93	media: 93,85 Dtípica:6,17	media: 86,90 Dtípica:6,02	media: 69,05 Dtípica:10,41
1,2576	1,4334	1,6451	1,84	1,24
0,4954	0,4096	1,6451	1,67	1,53
0,4954	1,0922	0,5105	0,51	0,47
-0,8765	-0,6143	-1,1102	-0,98	-1,34
0,0381	-0,2730	-1,7585	-1,6400	-0,9600
-0,2668	-0,6143	-2,0827	-1,81	-1,54
0,4954	0,0683	1,1588	0,84	1,91
2,0198	0,7509	0,6726	0,51	0,57
0,343	0,0683	0,0243	0,18	-0,29
-0,2668	-0,9556	-0,4619	-0,48	-0,67
-0,7241	-1,2969	0,3485	0,18	-0,19
-0,5716	-1,2969	0,0243	0,18	-0,29
0,8003	1,4334	0,0243	-0,14	0,09
-0,5716	-0,9556	-0,13	0,01	-0,67
0,4954	0,0683	-0,78	-1,14	-0,48
1,4101	1,7747	0,51	0,51	0,09
-1,6387	-0,273	-0,29	-0,14	-0,29
-0,8765	-0,9556	1,32	1,51	2,1
0,1905	1,4334	-0,62	-0,81	-0,48

-2,2485	-1,2969	-0,62	-0,81	0,77
Se halla de multiplicar columna 1 x 2/ entre en nº de sujetos	1,80264384	Buscamos el sujeto 2 factor 1.(0,7733)		
	0,20291584			
	0,54107588			
	0,53843395			
	-0,0104			
	0,16389524			
	0,03383582			
	1,51666782			
	0,0234269			
	0,25495408			
	0,93908529			
	0,74130804			
	1,14715002			
	0,54622096			
	0,03383582			
	2,50250447			
	0,4473651			
	0,8375834	Este nº sería el resultado de buscar la fila 1 y columna 2 de la matriz de correlaciones		
	0,2730627			
	1,57607965			
	14,11164352			
	0,705582176			

TÉRMINOS BÁSICOS

FACTOR: Vble. Abstracta, hipotética, compleja que proviene de un conjunto de variables empíricas. Cuando un conjunto de variables tienen algo en común = comparten varianza.

Los factores pueden no existir en realidad, la mayor parte de las veces son constructores mentales.

Kerlinger: Define un factor como la construcción o entidad hipotética que suponemos está en la base de un conjunto de medidas de cualquier clase.

Los principales tipos de factores que nos vamos a encontrar:

- ♦ Factor general: Si resume la información de todas las variables empíricas.
- ♦ Factor de grupo: Resume la información de algunas variables empíricas, las más frecuentes.
- ♦ Factor específico o único: Resume la información de una variable empírica.

FACTORES ORTOGONALES vs FACTORES OBLÍCUOS

◇ Se dice que un factor **es ortogonal** si no se relacionan con el resto de factores.

Correlación= 0

◇ Se dice que un factor **es oblicuo**, si tienen una correlación diferente de cero. Si hay correlación.

Nada más factorizar se obtienen factores ortogonales. Después de rotar, podemos o bien mantener esa ortogonalidad o convertirlo en factores oblicuos.

[Author ID1: at Thu Apr 7 20:33:00 2005]

VBLE EMPÍRICA=MEDIDA MANIFIESTA=TEST=OBSERVABLE

Aquellas variables que son directamente medidas. Son muy numerosas. Es necesario una reducción de su número.

COMUNALIDAD: h^2

Término empleado por Thurstone. Para expresar la cantidad de varianza que un test comparte con otro test en un espacio factorial común.

Kerlinger: la llamada varianza de factores comunes. La comunalidad de una variable se calculará como el sumatorio de los cuadrados de las cargas factoriales de una vble en cada factor.

UNICIDAD O FACTOR ÚNICO

Es la varianza que la vble no comparte.

VARIANZA ESPECÍFICA

Parte de varianza propia que es varianza verdadera.

VARIANZA DE ERROR

Parte de la varianza propia debida a errores de medida.

DESCOMPOSICIÓN DE LA VARIANZA

$$1 = h^2 + U$$

$$1 = r_{tt} + S^2_e$$

$$U = S^2_p = S^2_{esp} + S^2_e$$

CARGA, PESO, SATURACIÓN, PONDERACIÓN FACTORIAL

- ◆ (ajk)_ Son los elementos que definen la matriz factorial directa y la matriz factorial rotada. Se pueden interpretar como la correlación entre un test y un factor siempre que los factores sean ortogonales entre sí.
- ◆ Son los beta del factor en la explicación de la vble. empírica.

FACTORIZACIÓN

El proceso mediante en cual se obtiene la matriz factorial directa.

PRINCIPALES MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN

- ◇ **COMPONENTES PRINCIPALES:** Factores como autovectores de la matriz **R** re-escalados.
- ◇ **MINIMOS CUADRADOS NO PONDERADOS:** minimiza la suma de cuadrados de las diferencias entre la matriz **R** observada y la reproducida, ignorando la diagonal.
- ◇ **MINIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS:** Minimiza la suma de cuadrados de las diferencias entre la matriz **R** y la reproducida.
- ◇ **MÁXIMA VEROSIMILITUD:** Proporcionan una estimación de los parámetros que con mayor probabilidad han producido la matriz **R** observada, asumiendo que la muestra procede de una población normal multivariante.
- ◇ **EJES PRINCIPALES:** Es un método iterativo que parte de una matriz **R** en la que la diagonal son las R^2 múltiples de cada vble de los factores.
- ◇ **ALFA:** Maximiza la generalidad de los factores calculada como el α de Cronbach.
- ◇ **IMAGEN:** Parte de una matriz imagen (de correlaciones parciales) en las que la diagonal son las R^2 múltiples de cada vble con las demás.

El método de componentes principales parte de una matriz **R** completa (una en la diagonal).

R reducida (sustituye una por la comunalidad).

ROTACIÓN: Proceso mediante el cual se obtiene la matriz factorial rotada. De la matriz **A** a la **F**, clasificados en dos grupos:

◇ **Ortogonales:**

◇ **Oblicuos**

HUELLA DE LA MATRIZ : Varianza total contenida en la matriz que en el caso de matrices factoriales directas. Se calcula sumando las comunalidades.

AUTOVALOR

- ◇ **VALOR PROPIO O RAÍZ LATENTE ():** Varianza de un factor.
- ◇ **PUNTUACIÓN FACTORIAL:** Es la z de un sujeto en un factor.

1...n

1..n

n x p

$A_{n \times p}$

a_{11}

$a_{1 \times p}' =$

$A_{n \times 1}$

$n = p$

$$A_{n \times p} = A'_{p \times n}$$

$$A = A'$$

Factorial directa

$$X_{n \times p}$$

$$Z_{n \times p}$$

$$R_{p \times p}$$

$$A_{p \times k}$$

$$F_{p \times k}$$

$$P_{n \times k}$$

$$1 = h^2 + S^2_{esp} + S^2_e$$

$$h^2 = \text{comunalidad}$$

$$r_{tt} = \text{fiabilidad}$$

$$S^2_p = \text{varianza propia}$$

$$U = \text{Unicidad}$$

$$S^2_{esp} = \text{varianza específica}$$

$$S^2_e = \text{varianza error}$$

Quartimax

Varimax

Equimin

Oblimin

Directa

.