

Hoy en día la escolaridad de los alumnos se efectúa en un ambiente muy heterogéneo, donde concurren en el mismo centro educativo, chicos y chicas de diferentes razas y culturas producto de los flujos migratorios que hoy en día vivimos en nuestro país. Profesores, padres y alumnos deben hacer por tanto un esfuerzo mayor para lograr la integración de los nuevos alumnos procedentes de países y culturas lejanas y lograr que se adapten lo más rápidamente a nuestro entorno y tengan el mínimo número de dificultades posibles. Encontrar hoy en un instituto a chicos y chicas de raza negra u oriental, o procedentes de países latinoamericanos o de la Europa del este es un fenómeno cada día menos extraño y más corriente de ver en los centros.

Esa situación actual tal vez enmascare una problemática que viene surgiendo desde los inicios de la escolarización en nuestro país, y es la adaptación de los chicos de etnia gitana.

No hace falta, por tanto, irnos a comparar diferencias entre culturas lejanas cuando tenemos desde hace muchos años que afrontar el problema de la escolarización de los gitanos.

Los gitanos pertenecen a una etnia con una cultura muy diferente a la nuestra: Tienen comportamientos nómadas y es frecuente que cambien de hogar frecuentemente, el niño cuando crece es animado a aprender el oficio, siempre artesanal de su padre y motivado a dejar la escuela. Las niñas están sometidas a una tradición cultural en la que el hombre es el elemento dominante en la familia. Tienen unos hábitos de higiene y alimentación pobres. Ven la cultura paya como unos enemigos que tratan de imponerle su cultura frente a la de ellos. Y esa es la sensación que tienen de la escuela. Un lugar donde obligan a llevar a sus hijos a aprender una cultura y un comportamiento que dista mucho de ser el de ellos.

Evidentemente no se puede caer en el extremo de obligar a una etnia ni de imponer una cultura por la fuerza. Así como tampoco se puede permitir que según que deseos basados, en la tradición o cultura vayan en detrimento de nuestra sociedad o las normas básicas de comportamiento. Por lo tanto los niños gitanos, al igual que el resto deben de ser escolarizados y gozar de la oportunidad de brindarles una educación. Eso no debe ser impuesto sin más, sino lograrse en una comunicación abierta con la etnia gitana y respetando sus tradiciones y su folclore. Por tanto es muy importante lograr una correcta adaptación a la escuela de los gitanos. En nuestro caso, un profesor del primer curso de educación secundaria pretende medir el grado de adaptación al instituto de los alumnos pertenecientes a la etnia gitana. Para ello se sirve de 10 alumnos gitanos a los que somete a la medición de seis pruebas que miden seis variables diferentes y que se consideran enfocadas dentro de la adaptación escolar. La fiabilidad y validez de dichos instrumentos ha sido contrastada satisfactoriamente. Dichas variables son las siguientes:

Variable A: Relación con los compañeros.

Variable B: Relación con los profesores.

Variable C: Clima familiar favorable.

Variable D: Inteligencia.

Variable E: Rendimiento académico.

Variable F: Motivación por aprender.

El interés del problema es intentar identificar un número reducido de factores que puedan explicar la varianza entre los resultados en las pruebas efectuadas por los alumnos.

Los resultados de los diferentes test son los siguientes, con lo que tenemos la matriz de datos originales:

Alumnos Variables A B C D E F

1 18 24 23 19 21 27

2 18 19 20 19 19 19

3 6 8 5 7 8 8

4 12 12 5 3 1 7

5 26 20 21 20 28 28

6 26 25 19 20 27 23

7 18 21 26 19 24 22

8 16 14 12 10 12 15

9 36 35 36 20 32 30

10 30 29 31 26 33 36

Lo primero que se debe hacer es transformar las puntuaciones originales en puntuaciones típicas Z. La fórmula utilizada es:

A B C D E F

1 -0,31 0,43 0,33 0,40 0,06 0,60

2 -0,31 -0,22 0,02 0,40 -0,14 -0,08

3 -1,73 -1,66 -1,53 -1,37 -1,27 -1,54

4 -1,02 -1,13 -1,53 -1,96 -1,98 -1,65

5 0,64 -0,09 0,12 0,54 0,78 0,71

6 0,64 0,56 -0,08 0,54 0,67 0,15

7 -0,31 0,04 0,64 0,40 0,37 0,03

8 -0,54 -0,87 -0,81 -0,93 -0,86 -0,75

9 1,82 1,86 1,67 0,54 1,08 0,93

10 1,11 1,08 1,16 1,43 1,29 1,61

Ahora hay que iniciar los pasos para obtener la matriz R de intercorrelaciones. En primer lugar sacamos la matriz traspuesta.

-0.31 -0.31 -1.73 -1.02 0.64 0.64 -0.31 -0.54 1.82 1.11

0.43 -0.22 -1.66 -1.13 -0.09 0.56 0.04 -0.87 1.86 1.08
0.33 0.02 -1.53 -1.53 0.12 -0.08 0.64 -0.81 1.67 1.16
0.4 0.4 -1.37 -1.96 0.54 0.54 0.4 -0.93 0.54 1.43
0.06 -0.14 -1.27 -1.98 0.78 0.67 0.37 -0.86 1.08 1.29
0.6 -0.08 -1.54 -1.65 0.71 0.15 0.03 -0.75 0.93 1.61

A continuación, con objeto de seguir la fórmula $R = 1/N (Z' Z)$ multiplicamos la matriz de puntuaciones típicas que llamaremos Z, por su traspuestas (Z'). El resultado de la operación, gracias a un programa informático vemos que es el siguiente:

9.976 9.301 8.690 7.760 8.916 8.611
9.301 9.972 9.439 8.200 8.872 8.838
8.690 9.439 10.01 8.826 9.262 9.197
7.760 8.200 8.826 9.983 9.747 9.530
8.916 8.872 9.262 9.747 10.32 9.661
• 8.838 9.197 9.530 9.661 10.00

Se puede apreciar perfectamente que el resultado es una matriz cuadrada debido a que se han multiplicado una matriz con un número de columnas igual al número de filas de la otra matriz.

En la fórmula N se refiere al número de sujetos, que en este caso es 10. Por lo que multiplicamos el resultado por 0,1.

1.000 0.9301 0.8690 0.7760 0.8916 0.8611
--

```

|
|
| 0.9301 1.000 0.9439 0.8200 0.8872 0.8838 |
|
|
| 0.8690 0.9439 1.000 0.8826 0.9262 0.9197 |
|
|
| 0.7760 0.8200 0.8826 1.000 0.9747 0.9530 |
|
|
| 0.8916 0.8872 0.9262 0.9747 1.000 0.9661 |
|
|
0.8611 0.8838 0.9197 0.9530 0.9661 1.000

```

El resultado es una matriz cuadrada simétrica ya que los elementos de la diagonal principal son iguales. Variaban en unos pocos decimales debido a que no he operado con 4 decimales y he preferido simplificarlos a 1 que matemáticamente es la cifra real, pues la diagonal principal expresa la varianza de cada variable que siempre es 1. Por tanto ya tenemos la matriz R o de correlaciones.

A continuación vamos a realizar la prueba de esfericidad de Barlett, se usa para comprobar la significación de la matriz R. Lo que se hace en esta prueba es muy similar a la prueba de hipótesis nula ya que se somete a contraste la hipótesis de que R es una matriz identidad (Todos los valores son 0, excepto las correlaciones de cada variable consigo misma y que se reflejan en la diagonal principal).

En primer lugar hallamos el determinante de R sirviéndonos de un ordenador:

$|R|=0,00000001140$

Y aplicamos la fórmula ideada por Barlett:

$\chi^2 = -(N-1) - \frac{1}{6} (2m + 5) \log |R| = -(10-1) - \frac{1}{6} (2*6 + 5) \log 0,00000001140 = (-6,16666) (-18,28965) = 112,786175$

gl: $\frac{1}{2} (36-6) = 15$

Comprobamos que el valor 112,786175 en las tablas y vemos que para 15 grados de libertad resulta significativo aunque el nivel de confianza fuese de 0,001. Por lo que rechazamos la hipótesis nula y comprobamos así que resulta adecuada para ser factorizada.

EXTRACCIÓN DE FACTORES

Ahora pasamos a realizar la factorización por el método de componentes principales, de manera que buscamos unos factores que no están interrelacionados partiendo de las variables iniciales que sí lo están. Hay dos aspectos de suma importancia, los factores tienen que explicar la varianza de R de forma decreciente, de forma que el primer factor ha de ser el de mayor varianza e ir disminuyendo progresivamente hasta el último factor que ha de ser el de menor varianza. Y también debe cumplir el principio de ortogonalidad, esto es que

los factores no deben correlacionarse entre ellos, o sea, que la suma de productos cruzados entre factores tiene que ser igual a cero.

Pasamos a realizar el cálculo de los componentes principales:

$$Aq0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$C1 = (5,328 \ 5,465 \ 5,541 \ 5,406 \ 5,646 \ 5,584)$$

$$Aq1 = (0,944 \ 0,968 \ 0,981 \ 0,958 \ 1 \ 0,989)$$

$$C2 = (5,183 \ 5,318 \ 5,396 \ 5,267 \ 5,498 \ 5,438)$$

$$Aq2 = (0,943 \ 0,967 \ 0,981 \ 0,958 \ 1 \ 0,989)$$

$$C3 = (5,182 \ 5,317 \ 5,395 \ 5,266 \ 5,497 \ 5,438)$$

$$Aq3 = (0,943 \ 0,967 \ 0,981 \ 0,958 \ 1 \ 0,989)$$

$$C4 = (5,182 \ 5,318 \ 5,395 \ 5,266 \ 5,497 \ 5,438)$$

$$Aq4 = (0,943 \ 0,967 \ 0,981 \ 0,958 \ 1 \ 0,989)$$

Tras 4 iteraciones vemos que los dos últimos vectores son idénticos con lo que hemos finalizado el proceso. Por tanto el autovector es: $g1 = (0,943 \ 0,967 \ 0,981 \ 0,958 \ 1 \ 0,989)$

El eigenvalue o la raíz latente es $\delta = 5,497$

Vamos a normalizar ahora el vector g para proceder a obtener el primer factor.

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g : 2,3838

Si dividimos cada elemento del vector g entre 2,3838 obtenemos: $(0,3955 \ 0,4056 \ 0,4115 \ 0,4019 \ 0,4195 \ 0,4149)$

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

$$Aa1 = (0,9273 \ 0,9509 \ 0,9648 \ 0,9423 \ 0,9835 \ 0,9727)$$

Ahora vamos al siguiente paso para obtener la primera matriz residual siguiendo la fórmula $R1 = R - (a1 \cdot a1')$

$$Aa1 \cdot a1' = \begin{matrix} 0.859 & 0.882 & 0.895 & 0.873 & 0.912 & 0.902 \\ 0.882 & 0.904 & 0.918 & 0.896 & 0.936 & 0.925 \\ 0.895 & 0.918 & 0.931 & 0.909 & 0.950 & 0.939 \\ 0.874 & 0.896 & 0.909 & 0.888 & 0.927 & 0.917 \\ 0.912 & 0.935 & 0.949 & 0.926 & 0.968 & 0.957 \\ 0.902 & 0.925 & 0.939 & 0.916 & 0.957 & 0.946 \end{matrix}$$

$$R-(a1*a1') = 0.411 \ 0.048 \ -0.026 \ -0.097 \ -0.020 \ -0.041$$

$$0.048 \ 0.096 \ 0.026 \ -0.076 \ -0.049 \ -0.041$$

$$-0.026 \ 0.026 \ 0.069 \ -0.026 \ -0.024 \ -0.019$$

$$-0.098 \ -0.076 \ -0.026 \ 0.112 \ 0.048 \ 0.036$$

$$-0.020 \ -0.048 \ -0.023 \ 0.049 \ 0.032 \ 0.009$$

$$-0.041 \ -0.041 \ -0.019 \ 0.037 \ 0.009 \ 0.054$$

Con esta matriz resultante que llamamos R1, repetimos el mismo proceso para obtener el segundo factor:

$$Aq0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$c1 = (0.274 \ 0.005 \ 0.001 \ -0.001 \ -0.004 \ -0.002)$$

$$Aq1 = (1.000 \ 0.018 \ 0.004 \ -0.004 \ -0.015 \ -0.007)$$

$$C2 = (0.412 \ 0.051 \ -0.025 \ -0.100 \ -0.022 \ -0.042)$$

$$Aq2 = (1.000 \ 0.123 \ -0.060 \ -0.242 \ -0.052 \ -0.103)$$

$$C3 = (0.447 \ 0.083 \ -0.018 \ -0.138 \ -0.039 \ -0.060)$$

$$Aq3 = (1.000 \ 0.187 \ -0.039 \ -0.309 \ -0.087 \ -0.133)$$

$$C4 = (0.458 \ 0.098 \ -0.011 \ -0.154 \ -0.047 \ -0.067)$$

$$Aq4 = (1.000 \ 0.214 \ -0.025 \ -0.336 \ -0.103 \ -0.146)$$

$$C5 = (0.463 \ 0.104 \ -0.008 \ -0.161 \ -0.051 \ -0.070)$$

$$Aq5 = (1.000 \ 0.225 \ -0.018 \ -0.347 \ -0.109 \ -0.152)$$

$$C6 = (0.465 \ 0.107 \ -0.007 \ -0.164 \ -0.052 \ -0.072)$$

$$Aq6 = (1.000 \ 0.230 \ -0.015 \ -0.352 \ -0.112 \ -0.154)$$

$$C7 = (0.465 \ 0.108 \ -0.006 \ -0.165 \ -0.053 \ -0.072)$$

$$Aq7 = (1.000 \ 0.233 \ -0.014 \ -0.354 \ -0.113 \ -0.155)$$

$$Ag2 = (1.000 \ 0.233 \ -0.014 \ -0.354 \ -0.113 \ -0.155)$$

$$\delta = 0.465$$

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g: 1,10299

Si dividimos cada elemento del vector g entre 1,10299 obtenemos: (0.9066 0.2112 -0.0127 -0.3209 -0.1024 -0.1405)

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

$$Aa2=(0.6182 \ 0.1440 \ -0.0087 \ -0.2188 \ -0.0698 \ -0.0958)$$

$$R2 = R-(a2*a2')$$

$$Aa2*a2' = 0.382 \ 0.089 \ -0.006 \ -0.135 \ -0.043 \ -0.059$$

$$0.089 \ 0.021 \ -0.001 \ -0.032 \ -0.010 \ -0.014$$

$$-0.005 \ -0.001 \ 0.000 \ 0.002 \ 0.001 \ 0.001$$

$$-0.135 \ -0.032 \ 0.002 \ 0.048 \ 0.015 \ 0.021$$

$$-0.043 \ -0.010 \ 0.001 \ 0.015 \ 0.005 \ 0.007$$

$$-0.059 \ -0.014 \ 0.001 \ 0.021 \ 0.007 \ 0.009$$

$$R2 = R-(a2*a2') = 0.029 \ -0.041 \ -0.020 \ 0.038 \ 0.023 \ 0.018$$

$$-0.041 \ 0.075 \ 0.027 \ -0.044 \ -0.039 \ -0.027$$

$$-0.021 \ 0.027 \ 0.069 \ -0.028 \ -0.025 \ -0.020$$

$$0.037 \ -0.044 \ -0.028 \ 0.064 \ 0.033 \ 0.015$$

$$0.023 \ -0.038 \ -0.024 \ 0.034 \ 0.027 \ 0.002$$

$$0.018 \ -0.027 \ -0.020 \ 0.016 \ 0.002 \ 0.045$$

Vamos al tercer factor:

$$Aq0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$c1 = (0.046 \ -0.048 \ 0.004 \ 0.080 \ 0.022 \ 0.033)$$

$$Aq1 = (0.574 \ -0.602 \ 0.054 \ 1.000 \ 0.273 \ 0.418)$$

$$C2 = (0.091 \ -0.134 \ -0.067 \ 0.127 \ 0.076 \ 0.060)$$

$$Aq2 = (-0.679 \ 1.000 \ 0.500 \ -0.948 \ -0.567 \ -0.448)$$

$$C3 = (-0.128 \ 0.193 \ 0.124 \ -0.172 \ -0.114 \ -0.085)$$

$$Aq3 = (-0.661 \ 1.000 \ 0.645 \ -0.889 \ -0.593 \ -0.441)$$

$$C4 = (-0.128 \ 0.194 \ 0.133 \ -0.172 \ -0.116 \ -0.087)$$

$$Aq4 = (-0.661 \ 1.000 \ 0.685 \ -0.886 \ -0.599 \ -0.446)$$

$$C5 = (-0.129 \ 0.195 \ 0.136 \ -0.173 \ -0.117 \ -0.088)$$

$$Aq5 = (-0.663 \ 1.000 \ 0.696 \ -0.887 \ -0.602 \ -0.449)$$

$$C6 = (-0.130 \ 0.196 \ 0.137 \ -0.174 \ -0.118 \ -0.088)$$

$$Aq6 = (-0.662 \ 1.000 \ 0.698 \ -0.886 \ -0.601 \ -0.449)$$

$$C7 = (-0.130 \ 0.196 \ 0.137 \ -0.174 \ -0.118 \ -0.088)$$

$$Aq7 = (-0.661 \ 1.000 \ 0.698 \ -0.886 \ -0.601 \ -0.449)$$

$$Ag3 = (-0.661 \ 1.000 \ 0.698 \ -0.886 \ -0.601 \ -0.449)$$

$$\delta = 0.196$$

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g:

$$1,8008$$

Si dividimos cada elemento del vector g entre 1,8008 obtenemos: $(-0.3670 \ 0.5553 \ 0.3876 \ -0.4920 \ -0.3337 \ -0.2493)$

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

$$Aa3 = (-0.1625 \ 0.2458 \ 0.1716 \ -0.2178 \ -0.1477 \ -0.1104)$$

$$R3 = R - (a3 \cdot a3')$$

$$Aa3 \cdot a3' = \begin{matrix} 0.026 & -0.040 & -0.028 & 0.035 & 0.024 & 0.018 \\ -0.040 & 0.060 & 0.042 & -0.054 & -0.036 & -0.027 \\ -0.028 & 0.042 & 0.029 & -0.037 & -0.025 & -0.019 \\ 0.035 & -0.054 & -0.037 & 0.047 & 0.032 & 0.024 \\ 0.024 & -0.036 & -0.025 & 0.032 & 0.022 & 0.016 \\ 0.018 & -0.027 & -0.019 & 0.024 & 0.016 & 0.012 \end{matrix}$$

$$-0.040 \ 0.060 \ 0.042 \ -0.054 \ -0.036 \ -0.027$$

$$-0.028 \ 0.042 \ 0.029 \ -0.037 \ -0.025 \ -0.019$$

$$0.035 \ -0.054 \ -0.037 \ 0.047 \ 0.032 \ 0.024$$

$$0.024 \ -0.036 \ -0.025 \ 0.032 \ 0.022 \ 0.016$$

$$0.018 \ -0.027 \ -0.019 \ 0.024 \ 0.016 \ 0.012$$

$$R3 = \begin{matrix} -0.00255 & 0.00108 & -0.00745 & -0.00299 & 0.00073 & -0.00041 \\ 0.00105 & -0.01485 & 0.01488 & -0.00907 & 0.00262 & 0.00004 \\ -0.00726 & 0.01493 & -0.03948 & -0.00947 & -0.00074 & 0.00089 \\ -0.00183 & -0.00904 & -0.00941 & -0.01665 & -0.00051 & 0.00905 \\ 0.00086 & 0.00164 & -0.00172 & -0.00154 & -0.00530 & 0.01401 \\ -0.00026 & 0.00007 & 0.00092 & 0.00803 & 0.01401 & -0.03262 \end{matrix}$$

$$0.00105 \ -0.01485 \ 0.01488 \ -0.00907 \ 0.00262 \ 0.00004$$

$$-0.00726 \ 0.01493 \ -0.03948 \ -0.00947 \ -0.00074 \ 0.00089$$

$$-0.00183 \ -0.00904 \ -0.00941 \ -0.01665 \ -0.00051 \ 0.00905$$

$$0.00086 \ 0.00164 \ -0.00172 \ -0.00154 \ -0.00530 \ 0.01401$$

$$-0.00026 \ 0.00007 \ 0.00092 \ 0.00803 \ 0.01401 \ -0.03262$$

Seguimos con el cuarto factor:

$$Aq0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$c1 = (-0.010 \ -0.006 \ -0.042 \ -0.032 \ 0.011 \ -0.009)$$

$$Aq1 = (0.238 \ 0.147 \ 1.000 \ 0.755 \ -0.257 \ 0.215)$$

$$C2 = (-0.009 \ 0.006 \ -0.046 \ -0.022 \ 0.004 \ -0.003)$$

$$Aq2 = (0.204 \ -0.125 \ 1.000 \ 0.477 \ -0.083 \ 0.065)$$

$$C3 = (-0.009 \ 0.013 \ -0.047 \ -0.016 \ 0.001 \ 0.002)$$

$$Aq3 = (0.191 \ -0.277 \ 1.000 \ 0.340 \ -0.021 \ -0.043)$$

$$C4 = (-0.009 \ 0.016 \ -0.048 \ -0.014 \ -0.002 \ 0.005)$$

$$Aq4 = (0.188 \ -0.333 \ 1.000 \ 0.292 \ 0.042 \ -0.104)$$

$$C5 = (-0.009 \ 0.018 \ -0.049 \ -0.013 \ -0.003 \ 0.007)$$

$$Aq5 = (0.175 \ -0.357 \ 1.000 \ 0.260 \ 0.067 \ -0.151)$$

$$C6 = (-0.008 \ 0.018 \ -0.049 \ -0.012 \ -0.004 \ 0.009)$$

$$Aq6 = (0.173 \ -0.371 \ 1.000 \ 0.253 \ 0.085 \ -0.185)$$

$$Ag4 = (0.173 \ -0.371 \ 1.000 \ 0.253 \ 0.085 \ -0.185)$$

$$\delta = -0.049$$

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g: 1,12929

Si dividimos cada elemento del vector g entre 1,12929 obtenemos: (0.1532 -0.3285 0.8855 0.2240 0.0753 -0.1638)

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

$$Aa4 = (0.00037 \ -0.00079 \ 0.00213 \ 0.00054 \ 0.00018 \ -0.00039)$$

$$R4 = R - (a4 * a4')$$

$$Aa4 * a4' =$$

$$0.00000014 \ -0.00000029 \ 0.00000079 \ 0.00000020 \ 0.00000007 \ -0.00000014$$

$$-0.00000029 \ 0.00000062 \ -0.00000168 \ -0.00000043 \ -0.00000014 \ 0.00000031$$

$$0.00000079 \ -0.00000168 \ 0.00000454 \ 0.00000115 \ 0.00000038 \ -0.00000083$$

$$0.00000020 \ -0.00000043 \ 0.00000115 \ 0.00000029 \ 0.00000010 \ -0.00000021$$

$$0.00000007 \ -0.00000014 \ 0.00000038 \ 0.00000010 \ 0.00000003 \ -0.00000007$$

-0.00000014 0.00000031 -0.00000083 -0.00000021 -0.00000007 0.00000015

R4= -0.00255 0.00108 -0.00745 -0.00299 0.00073 -0.00041

0.00105 -0.01485 0.01488 -0.00907 0.00262 0.00004

-0.00726 0.01493 -0.03948 -0.00947 -0.00074 0.00089

-0.00183 -0.00904 -0.00941 -0.01665 -0.00052 0.00905

0.00086 0.00164 -0.00172 -0.00154 -0.00530 0.01401

-0.00026 0.00007 0.00092 0.00803 0.01401 -0.03262

Quinto factor:

Aq0= (1 1 1 1 1 1)

c1= (-0.010 -0.006 -0.042 -0.032 0.011 -0.009)

Aq1= (0.238 0.147 1.000 0.755 -0.257 0.215)

C2= (-0.009 0.006 -0.046 -0.022 0.004 -0.003)

Aq2= (0.204 -0.125 1.000 0.477 -0.083 0.065)

C3= (-0.009 0.013 -0.047 -0.016 0.001 0.002)

Aq3= (0.191 -0.277 1.000 0.340 -0.021 -0.043)

C4= (-0.009 0.016 -0.048 -0.014 -0.002 0.005)

Aq4= (0.188 -0.333 1.000 0.292 0.042 -0.104)

C5= (-0.009 0.018 -0.049 -0.013 -0.003 0.007)

Aq5= (0.175 -0.357 1.000 0.260 0.067 -0.151)

C6= (-0.008 0.018 -0.049 -0.012 -0.004 0.009)

Aq6= (0.173 -0.371 1.000 0.253 0.085 -0.185)

Ag5= (0.173 -0.371 1.000 0.253 0.085 -0.185)

đ= -0.049

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g: 1,12929

Si dividimos cada elemento del vector g entre 1,12929 obtenemos: (0.1532 -0.3285 0.8855 0.2240 0.0753 -0.1638)

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

Aa5=(0.00037 -0.00079 0.00213 0.00054 0.00018 -0.00039)

R5 = R-(a5*a5')

Aa5*a5' =

0.00000014 -0.00000029 0.00000079 0.00000020 0.00000007 -0.00000014
-0.00000029 0.00000062 -0.00000168 -0.00000043 -0.00000014 0.00000031
0.00000079 -0.00000168 0.00000454 0.00000115 0.00000038 -0.00000083
0.00000020 -0.00000043 0.00000115 0.00000029 0.00000010 -0.00000021
0.00000007 -0.00000014 0.00000038 0.00000010 0.00000003 -0.00000007
-0.00000014 0.00000031 -0.00000083 -0.00000021 -0.00000007 0.00000015

R5= -0.00255 0.00108 -0.00745 -0.00299 0.00073 -0.00041

0.00105 -0.01485 0.01488 -0.00907 0.00262 0.00004
-0.00726 0.01493 -0.03948 -0.00947 -0.00074 0.00089
-0.00183 -0.00904 -0.00941 -0.01665 -0.00052 0.00905
0.00086 0.00164 -0.00172 -0.00154 -0.00530 0.01401
-0.00026 0.00007 0.00092 0.00803 0.01401 -0.03262

Sexto factor

Aq0= (1 1 1 1 1 1)

c1= (-0.010 -0.006 -0.042 -0.032 0.011 -0.009)

Aq1= (0.238 0.147 1.000 0.755 -0.257 0.215)

C2= (-0.009 0.006 -0.046 -0.022 0.004 -0.003)

Aq2= (0.204 -0.125 1.000 0.477 -0.083 0.065)

C3= (-0.009 0.013 -0.047 -0.016 0.001 0.002)

Aq3= (0.191 -0.277 1.000 0.340 -0.021 -0.043)

C4= (-0.009 0.016 -0.048 -0.014 -0.002 0.005)

Aq4= (0.188 -0.333 1.000 0.292 0.042 -0.104)

C5= (-0.009 0.018 -0.049 -0.013 -0.003 0.007)

$$Aq5 = (0.175 \ -0.357 \ 1.000 \ 0.260 \ 0.067 \ -0.151)$$

$$C6 = (-0.008 \ 0.018 \ -0.049 \ -0.012 \ -0.004 \ 0.009)$$

$$Aq6 = (0.173 \ -0.371 \ 1.000 \ 0.253 \ 0.085 \ -0.185)$$

$$Ag6 = (0.173 \ -0.371 \ 1.000 \ 0.253 \ 0.085 \ -0.185)$$

$$\delta = -0.049$$

Raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos de g: 1,12929

Si dividimos cada elemento del vector g entre 1,12929 obtenemos: (0.1532 -0.3285 0.8855 0.2240 0.0753 -0.1638)

Y ahora lo multiplicamos por la raíz cuadrada del eigenvalue:

$$Aa6 = (0.00037 \ -0.00079 \ 0.00213 \ 0.00054 \ 0.00018 \ -0.00039)$$

$$R6 = R - (a6 \cdot a6')$$

$$Aa6 \cdot a6' =$$

$$0.00000014 \ -0.00000029 \ 0.00000079 \ 0.00000020 \ 0.00000007 \ -0.00000014$$

$$-0.00000029 \ 0.00000062 \ -0.00000168 \ -0.00000043 \ -0.00000014 \ 0.00000031$$

$$0.00000079 \ -0.00000168 \ 0.00000454 \ 0.00000115 \ 0.00000038 \ -0.00000083$$

$$0.00000020 \ -0.00000043 \ 0.00000115 \ 0.00000029 \ 0.00000010 \ -0.00000021$$

$$0.00000007 \ -0.00000014 \ 0.00000038 \ 0.00000010 \ 0.00000003 \ -0.00000007$$

$$-0.00000014 \ 0.00000031 \ -0.00000083 \ -0.00000021 \ -0.00000007 \ 0.00000015$$

$$R6 = -0.00255 \ 0.00108 \ -0.00745 \ -0.00299 \ 0.00073 \ -0.00041$$

$$0.00105 \ -0.01485 \ 0.01488 \ -0.00907 \ 0.00262 \ 0.00004$$

$$-0.00726 \ 0.01493 \ -0.03948 \ -0.00947 \ -0.00074 \ 0.00089$$

$$-0.00183 \ -0.00904 \ -0.00941 \ -0.01665 \ -0.00052 \ 0.00905$$

$$0.00086 \ 0.00164 \ -0.00172 \ -0.00154 \ -0.00530 \ 0.01401$$

$$-0.00026 \ 0.00007 \ 0.00092 \ 0.00803 \ 0.01401 \ -0.03262$$

Por tanto ya tenemos los seis factores hallados. A continuación, los reflejo en la siguiente tabla comprobando si los factores explican la varianza de forma decreciente y hallando las comunialidades, que tienen que dar de valor 1.

Variables Factores

I II III IV V VI

1 0,9273 0.6182 -0.1625 0.00037 0.00037 0.00037

2 0,9509 0.1440 0.2458 -0.00079 -0.00079 -0.00079

3 0,9648 -0.0087 0.1716 0.00213 0.00213 0.00213

4 0,9423 -0.2188 -0.2178 0.00054 0.00054 0.00054

5 0,9835 -0.0698 -0.1477 0.00018 0.00018 0.00018

6 0,9727 -0.0958 -0.1104 -0.00039 -0.00039 -0.00039

ðð 5,4962 0,46489 0,1976 0.000005771 = =

%Vex 91,603% 7,748% 3.293% 0.000096183% = =

ððð 91,603% 99.377% 102.67% = = =

ðð Es la varianza explicada, %Vex es el tanto por ciento de la varianza explicada, y ððð es el tanto por ciento de lo acumulado de la varianza explicada.

Para hallar la varianza explicada he tenido que sumar el cuadrado de cada uno de los elementos de un factor. El resultado final de todos los factores debe dar necesariamente 6, que es el total de varianza que presenta. Para obtener el porcentaje ha sido suficiente con una regla de 3.

0,8599 0.38217 0.0264 0.000000136 = = 1.26

0,9042 0.02074 0.0604 0.000000624 = = 0.99

0,9308 0.00006 0.0294 0.000004536 = = 0.96

0,8879 0.04787 0.0474 0.000000291 = = 0.98

0,9673 0.00487 0.0218 0.000000032 = = 0.96

0,9461 0.00918 0.0122 0.000000152 = = 0.98

5,4962 0,46489 0,1976 0.000005771 = =

Los resultados del cuarto, quinto y sexto factores los considero prácticamente idénticos ya que sería muy incómodo operar con más decimales para hallar diferencias en los últimos factores que apenas explican una pequeñísima parte de la varianza.

[En el ejercicio la varianza supera a 6 por muy poco, dando 6,15869, siendo el total de la varianza en tanto por ciento un 102,67%. Ambas cosas son imposibles, pues la varianza debe ser de 6, que explica el 100% de la varianza. Además también hay una pequeña diferencia de decimales respecto en las comunales, pues deberían ser de 1 y varían ligeramente. Después de repasar las operaciones varias veces y no encontrar ningún fallo y apreciar que la diferencia es reducida, deduzco que dicho error se debe al trato de los decimales y los redondeos. He utilizado para las operaciones con matrices el programa winmat que conseguí descargar gratuitamente de la página web www.softonic.com, dicho programa es un tanto inestable debido a su

antigüedad, y a pesar de calcular un número elevado de decimales, han sido varias las veces que el programa se ha quedado bloqueado teniendo que reiniciar el ordenador. Eso ha hecho, ya que no se podía grabar un ejercicio completo sino matrices por separado, que en posteriores cálculos sólo tuviera en cuenta tres decimales con redondeo aplicado. Con lo que eso ha hecho que se perdieran decimales en el proceso y a mi juicio explica esa pequeña diferencia. Aún así me deja preocupado sobre todo la diferencia de 0.26 decimales que hay en las

comunalidades de la primera variable, cuando debería ser menor o inexistente.]

Pese a lo comentado, vamos a dar por buenos los datos.

Para que el análisis factorial tenga sentido debe cumplirse el principio de parsimonia, esto es explicar el máximo número de varianza con el mínimo número de factores posible, desechando los demás. Por lo que hay que tomar esa decisión. Creo que en este caso lo más adecuado es escoger únicamente los dos primeros factores que explican aproximadamente el 99,37 de la varianza. El primer factor ocupa casi toda la varianza, pero el segundo factor también es importante ya que explica un nada desechable 7%. Por lo que definitivamente rechazamos el resto de factores que explican una parte muy pobre de la varianza y escogemos únicamente los factores I y II.

I II Suma de los productos cruzados

0,9273 0.6182 0.5732

0,9509 0.1440 0.1396

A = 0,9648 -0.0087 -0.0084

0,9423 -0.2188 -0.2062

0,9835 -0.0698 -0.0686

0,9727 -0.0958 -0.0932

0.2581

Según el principio de ortogonalidad la suma de productos cruzados debería ser 0, por lo que en teoría no servirían los resultados al existir correlación entre factores. La ortogonalidad es una condición imprescindible que debe cumplir la matriz, a pesar de esta grave objeción, seguiremos adelante con el ejercicio.

ROTACIÓN DE LA MATRIZ FACTORIAL

La rotación la empleamos para repartir la varianza entre los dos factores que he escogido para continuar el análisis factorial, así cada factor no tendrá cargas significativa más que en un número reducido de variables. Los factores son considerados como un sistema de coordenadas y se les hace girar al multiplicar una matriz de transformación octogonal para lograr una estructura más sencilla.

Para ello utilizamos el método Varimax, que implica la normalización de las filas de la matriz A (Que está integrada por los factores retenidos). Normalizar supone que las comunalidades que al prescindir de algunos factores tendrán un valor menor a la unidad, mediante una regla de tres pasen de nuevo a valer la unidad, sería la nueva matriz factorial F.

El primer paso consiste en normalizar la matriz A, se hace simplemente refiriendo los valores de cada fila,

elevados al cuadrado, a la unidad con una regla de tres:

Ejemplo de la primera variable:

$$0,92732 + 0.61822 = 1$$

$$0,92732 \times X$$

$$X = 0,8599 / 1,2421 = 0,6923 = 0,8320. 1 - 0,8320 = 0,168$$

Y así normalizamos toda la matriz.

$$I \ II \ (x^2 - y^2) \ (2 \ xy) \ (x^2 - y^2) \ (2 \ xy)$$

$$0,8320 \ 0.1680 \ 0.5250 \ 0.2680 \ 0.1407$$

$$0,9887 \ 0.0113 \ 0.9774 \ 0.0224 \ 0.0219$$

$$A = 0,9999 \ -0.0001 \ 0.9998 \ -0.0002 \ -0.0002$$

$$0,9741 \ -0.0259 \ 0.9482 \ -0.0504 \ -0.0478$$

$$0,9976 \ -0.0024 \ 0.9952 \ -0.0048 \ -0.0048$$

$$0,9952 \ -0.0048 \ 0.9904 \ -0.0096 \ -0.0095$$

$$0.5436 \ 0.2254 \ 0.1003$$

$$(x^2 - y^2)^2 \ (2 \ xy)^2 \ (x^2 - y^2)^2 - (2 \ xy)^2$$

$$0.9553 \ 0.000502 \ 0.9548$$

$$0.9996 \ 0.00000004 \ 0.9996$$

- 0.002540 0.8966
- 0.000924 0.8983

$$0.9904 \ 0.000023 \ 0.9904$$

$$0.9808 \ 0.000092 \ 0.9807 \ 5.7244 \ 0.0041 \ 5.7204$$

Y aplicamos la fórmula siguiente:

$$\text{Tag4 } \delta = 2 [M \delta (x^2 - y^2) (2 \ xy) - \delta (x^2 - y^2) \delta (2 \ xy)]$$

$$M \{ \delta [(x^2 - y^2)^2 - (2 \ xy)^2] \} - \{ [\delta (x^2 - y^2)]^2 - [s (2 \ xy)]^2 \}$$

Teniendo en cuenta nuestros datos (M es el número de variables) el resultado de Tag4 δ es:

$$\text{Tag4 } \delta \delta = 2 [(6 * 0.1003) - (0.5436 * 0.2254)]$$

=

$$6 [5.7204] - (0.2955 - 0.0508)$$

$$0.9585$$

$$= = 0.0281$$

$$34.1019$$

$$4 \delta = 10 \ 36' \ 35'$$

$$\delta = 00 \ 24'9''$$

Al valor dado de $\text{Tag} \delta$ le corresponde un ángulo de aproximadamente $10 \ 36' \ 35'$, por lo que el valor de δ será de, aproximadamente, $00 \ 24'9''$.

Al tener el numerador y el denominador de signos positivos, significa que estará en el primer cuadrante, la matriz de transformación será:

$$\cos \delta \quad - \sin \delta$$

$$\sin \delta \quad \cos \delta$$

Por lo tanto:

$$T = \begin{bmatrix} 0.99998 & -0.00702 \\ 0.00702 & 0.99998 \end{bmatrix}$$

$$0.00702 \quad 0.99998$$

Aplicamos a continuación la matriz de transformación obteniendo la matriz factorial rotada, normalizada:

I II

$$0.8320 \quad 0.1680$$

$$0.9887 \quad 0.0113 \quad 0.99998 \quad -0.00702$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.9999 & -0.0001 \\ 0.00702 & 0.99998 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.9741 & -0.0259 \\ 0.9976 & -0.0024 \end{bmatrix}$$

$$0.9976 \quad -0.0024$$

$$0.9952 \quad -0.0048$$

$$0.8332 \quad 0.1624$$

$$0.9888 \quad 0.0044$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9999 & -0.0071 \\ 0.9739 & -0.0327 \end{bmatrix}$$

$$0.9739 \quad -0.0327$$

0.9976 -0.0094

- -0.0118

El último paso del Varimax es volver a desnormalizar la matriz, ya que la normalización se realizó únicamente para poder realizar la rotación. Para eso se multiplica cada fila por la raíz cuadrada de la comunalidad de la variable correspondiente.

0.9286 0.181

0.9509 0.0042

F= 0.9647 -0.0068

0.9422 -0.0316

0.9836 -0.0093

- -0.1153

INTERPRETACIÓN DE FACTORES

Realmente, vemos que hay una diferencia notable entre el primer factor y el segundo. Ya que el primero explica una cantidad de varianza mucho mayor que el segundo. En lo que se refiere a las variables. Realmente se podría decir que el primer factor está compuesto por las seis variables del problema, mientras que el segundo explica muy poca cantidad de las mismas, aunque en una proporción mucho menor. Por tanto el nombre que le demos a los factores tiene que cumplir dos características. En primer lugar debe agrupar a todas las variables, y en segundo lugar debe haber diferencia entre el primer y el segundo factor debido a su carga factorial menos significativa.

Por tanto, encuentro lo más indicado denominar al primer factor Adaptabilidad escolar primaria y al segundo factor Adaptabilidad escolar secundaria. De este modo agrupan todas las variables tal y como sucede en los factores y se diferencian en importancia.

Por último vamos a calcular las puntuaciones factoriales, eso nos permitirá una mejor interpretación y comprobación del análisis, y además también tiene interés para cualquier tipo de actividad de diagnóstico. De esta forma se comienza la investigación con un momento empírica (las puntuaciones originales de los sujetos) y acaban con otro momento empírico (la matriz de puntuaciones factoriales de los sujetos).

Matriz inversa de R = R⁻¹

2994.473 -1576.059 1238.666 4809.783 -6490.487 -638.085

-1576.059 840.811 -660.112 -2524.059 3409.030 333.105

1238.666 -660.112 526.592 1988.406 -2687.798 -265.785

4809.783 -2524.059 1988.406 7753.434 -10450.795 -1032.188

-6490.487 3409.030 -2687.798 -10450.795 14109.072 1376.858

-638.085 333.105 -265.785 -1032.188 1376.858 153.993

4.068 508.901

-1.880 -267.597

$R^{-1} * F = C = 1.784 \ 210.653$

6.430 817.644

-8.261 -1101.904

-0.656 -110.230

He comprobado que realmente R^{-1} es la matriz inversa, multiplicándola por R , y efectivamente lo es, porque el resultado es la matriz unidad.

La puntuación factorial de un sujeto es la suma de los productos de sus puntuaciones típicas en cada una de las variables por los correspondientes valores de la matriz C .

0.202 -8.505

2.969 395.468

-3.953 -309.486

0.083 222.075

-0.451 -121.162

-0.753 -154.293

-0.698 -117.599

-0.389 57.275

0.826 -70.783

- 90.537

Evidentemente esos resultados son imposibles. Las puntuaciones Z , que señalan la representación de unas puntuaciones dentro de una curva normal oscilan entre los valores de 3,70 y -3,70 y estos números distan mucho de lo que debería ser una puntuación factorial.

He intentado hacer varios cálculos intentando localizar el error, así como volver a repasar de nuevo posibles fallos, no los he encontrado. Me inclino a pensar que es un error producto del fallo que he comentado antes del redondeo por problemas del programa informático en la extracción de factores. Era de suponer cuando no se cumplía el principio de ortogonalidad que finalmente los datos iban a dar erróneos de una forma clara.

Teóricamente, al obtener las correctas puntuaciones factoriales, lo que hubiéramos obtenido son las puntuaciones que deberían obtener los sujetos que hemos medido en estos nuevos dos factores que hemos obtenido. Hubiéramos visto que existen relación entre ambas. Un sujeto que figura en unas puntuaciones bajas, como es el caso del alumno número 4, en las puntuaciones factoriales hubiera tenido posiblemente una Z a la izquierda de la curva normal. Así como aquellos que tenían puntuaciones altas, como los sujetos 9 y 10,

hubieran tenidos unas puntuaciones factoriales altas a la derecha de la campana de Gauss.

Eso es porque lógicamente unos alumnos que han obtenido unas determinadas puntuaciones en unas pruebas que medían seis variables, al obtener dos factores de esas variables mediante el análisis factorial, obtendrán una puntuaciones Z similares, dependiendo también de la carga factorial que poseen los factores en relación con las variables.