

TEMA 5: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE UNA VARIABLE CONTINUA

- **Variable aleatoria continua**

Es aquella que puede asumir cualquier valor en un intervalo específico; significa entonces que entre cualquiera de dos valores que puede tomar la V. A. continua, existe un número infinito de valores.

- **Naturaleza de la distribución de una variable continua**

Consideremos la representación gráfica del histograma polígono de frecuencias de una muestra de tamaño n . Qué sucede cuando aumentamos el tamaño de la muestra (n), es decir cuando el número de valores de la V. A. continua es muy grande, con:

- el número de intervalos de clase (K)?
- la amplitud () de los intervalos de clase??

Consecuencias:

- El polígono de frecuencias se aproxima a una curva suave que sirve para representar gráficamente las distribuciones de probabilidad de una V. A. continua.
- El área total bajo la curva es igual a 1 y, es equivalente al área bajo el histograma.
- La frecuencia relativa (probabilidad para $n \rightarrow \infty$) de ocurrencia para los valores entre dos puntos específicos del eje de las x , es igual área total delimitada por la curva, el eje de las abscisas y las rectas perpendiculares levantadas sobre ambos puntos.
- La probabilidad de cualquier *valor específico* de la variable es *cero*, por lo que sólo podremos hablar de probabilidad dentro de intervalos.
- El cálculo de probabilidad se basa en el cálculo integral del área bajo la curva entre dos puntos cualesquiera del eje de abscisas, generándose la función de densidad de probabilidad.

FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

- ◊ Para variables aleatorias continuas, la distribución teórica o *FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD (FDP)* puede representarse por una curva continua.
- ◊ Por *DENSIDAD* entendemos la concentración de probabilidad dentro de un intervalo de valores de la variable x .
- ◊ Esta *PROBABILIDAD* puede ser interpretada como un *AREA* (integral) bajo la curva $f(x)$, llamada *CURVA DE DENSIDAD*, limitada por las ordenadas en dos puntos de un intervalo.

Entonces

Una función $y = f(x)$ es una función de densidad de una variable aleatoria continua si cumple las siguientes condiciones:

- ◆ Es positiva en todo su dominio ($0 \leq f(x) \leq 1$)
- ◆ El calculo directo de la porción de área bajo la curva requiere la integración de la función de densidad que es especifica para cada modelo:

$$P(a < X \leq b) =$$

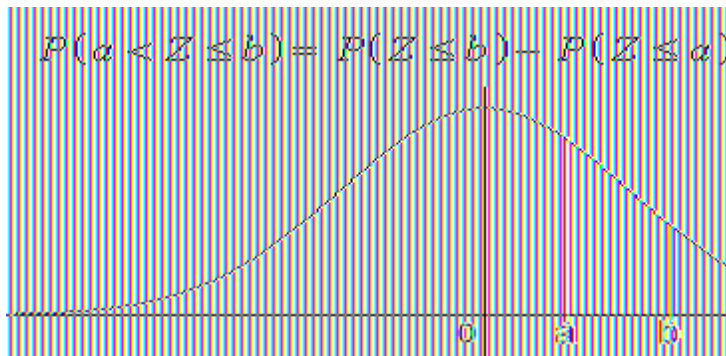
FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA (FDA)

En general, la *función de distribución* acumulada (FDA) de una variable aleatoria continua X, es el modelo teórico de la curva de frecuencias acumuladas que se espera obtener para X.

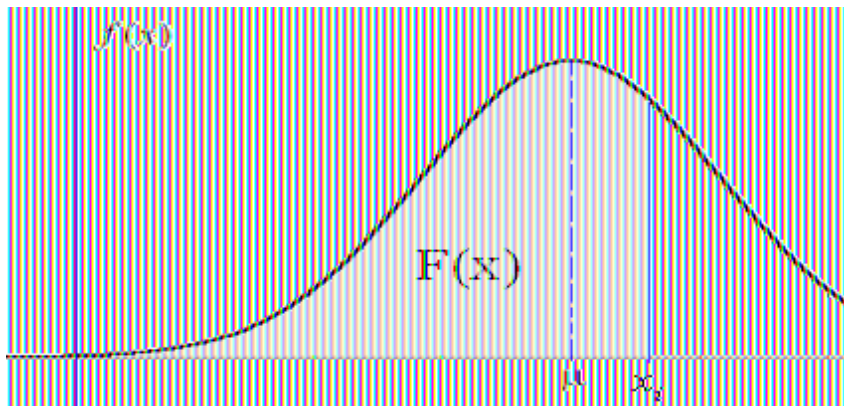
La probabilidad de que una variable aleatoria continua X, asuma un valor menor o igual a x_i , se llama FDA y se representa por:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- Para $a < b$: $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
- $F(-\infty) = P(X \leq -\infty) = 0$
- $F(+\infty) = P(X \leq +\infty) = 1$



Función de densidad de probabilidad ($f(x)$)



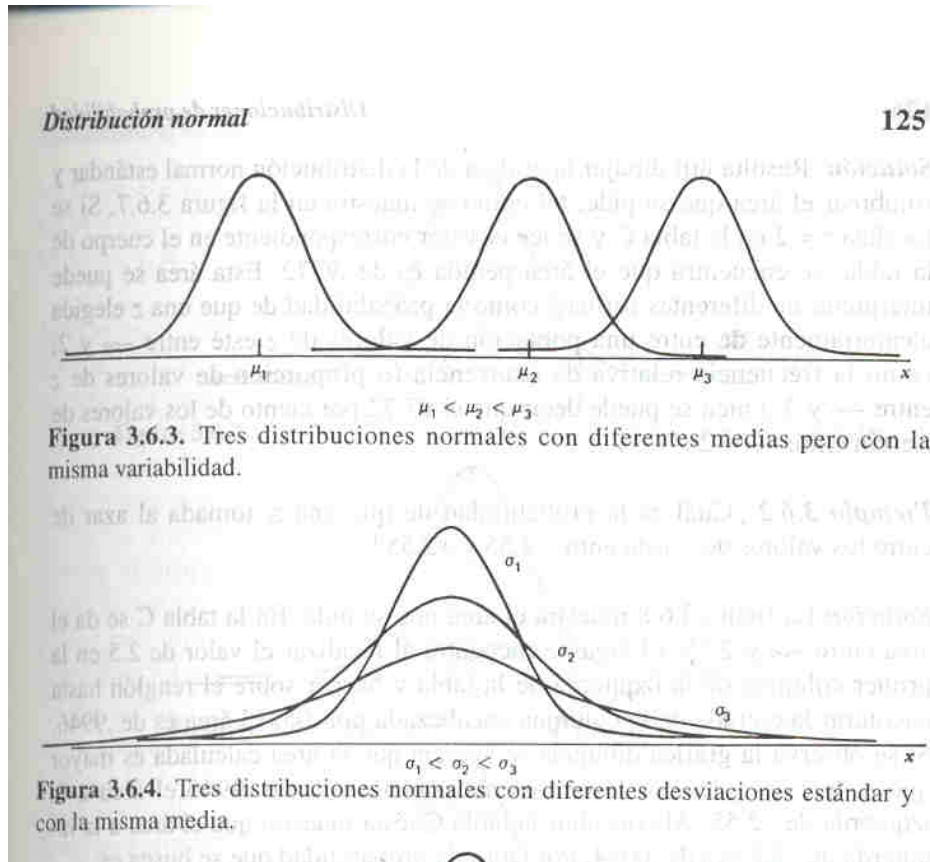
Función de distribución acumulada (FDA)

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL

PROPIEDADES

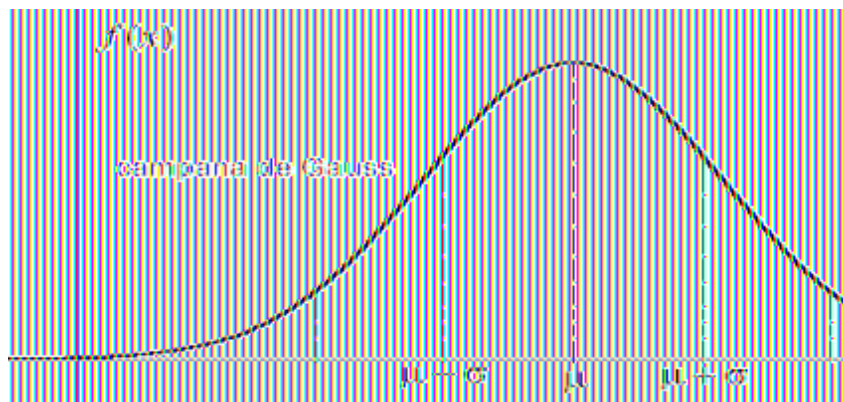
- Una distribución normal es simétrica y tiene forma de campana, con parámetros μ y σ .
- La media μ , divide al área en dos mitades, pues se localiza en el centro, coincidiendo con el modo y la mediana.

- El área por debajo de la curva y sobre el eje de las x es la unidad en términos de probabilidad.
- En teoría la distribución se extiende desde $-\infty$ a $+\infty$ a lo largo del eje de las abscisas. Esto significa que una variable $X \sim N(,)$, puede tomar cualquier valor, ya sea grande o pequeño, aunque los valores alejados de ± 3 , son poco probables.
- Un cambio en el valor de μ desplaza la distribución a la derecha o a la izquierda. Un cambio en el valor de σ altera su forma, sin moverla de izquierda a derecha.



6.-

- ± 1 la curva representa el 68% del área total.
- ± 2 la curva representa el 95% del área total.
- ± 3 la curva representa el 99,7% del área total.

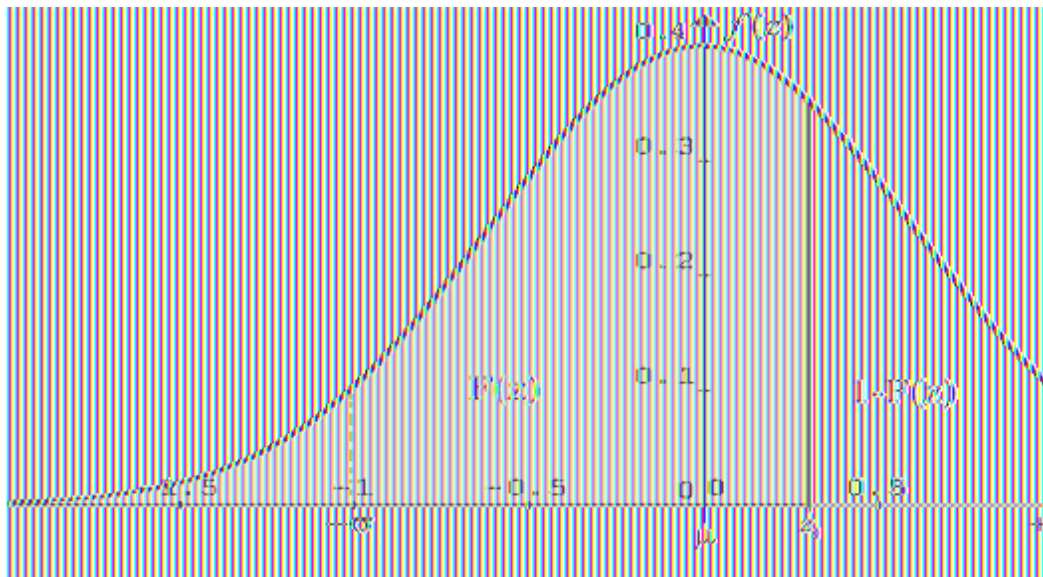


7.-La función de probabilidad normal esta representada por:

$$f(x) = P(x_1 < X < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^2} dx$$

DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

- Una distribución de una variable aleatoria normal con *media*, $\mu = 0$ y *varianza*, $\sigma^2 = 1$, se llama **distribución normal estándar** y es el miembro más importante de la familia de distribuciones normales.
- Esta distribución se obtiene creando una variable aleatoria Z
- Cada valor z es el número de desviaciones estándar separado de la media.



Distribución Normal Estándar