

INDICE

INTRODUCCION1

DESARROLLO2

GRAFOS (CONCEPTO).2

ARISTAS...2

VERTICES2

CAMINOS.3

CLASIFICACION DE GRAFOS....3

GRAFOS EULERIANOS.7

GRAFOS CONEXOS7

ÁRBOLES..7

BOSQUES DE ÁRBOLES...8

RECORRIDO DE UN GRAFO..8

REPRESENTACION DE UN GRAFO EN PROGRAMAS.8

DIGRAFO..9

APLICACIONES DE LOS DIGRAFOS..10

RESUMEN...11

BIBLIOGRAFIA.13

INTRODUCCION

Hoy en día podemos ver muchas cosas que nos pueden parecer de lo mas cotidianas, carreteras, líneas telefónicas, líneas de televisión por cable, el transporte colectivo metro, circuitos eléctricos de nuestras casas, automóviles, y tantas cosas mas; lo que no pensamos frecuentemente es que estos forman parte de algo que en matemáticas se denomina como grafos.

En este trabajo se tratará brevemente de explicar lo que son los grafos, sus tipos, y algunas derivaciones de ellos, así como su representación gráfica y en algunos casos, su representación en algún programa informático, así como en la memoria.

En este trabajo, traté de ser lo más breve posible explicando de manera muy sencilla los conceptos y algunas metodologías con un lenguaje no tan rebuscado para su mayor entendimiento.

Dada esta pequeña introducción empezará el desarrollo del tema.

GRAFOS

CONCEPTO.

Un grafo, G , es un par ordenado de V y A , donde V es el conjunto de vértices o nodos del grafo y A es un conjunto de pares de vértices, a estos también se les llama arcos o ejes del grafo. Un vértice puede tener 0 o más aristas, pero toda arista debe unir exactamente a dos vértices.

Los grafos representan conjuntos de objetos que no tienen restricción de relación entre ellos. Un grafo puede representar varias cosas de la realidad cotidiana, tales como mapas de carreteras, vías férreas, circuitos eléctricos, etc.

La notación $G = A(V, A)$ se utiliza comúnmente para identificar un grafo.

Los grafos se constituyen principalmente de dos partes: las aristas, vértices y los caminos que pueda contener el mismo grafo.

Aristas

Son las líneas con las que se unen las aristas de un grafo y con la que se construyen también caminos.

Si la arista carece de dirección se denota indistintamente $\{a, b\}$ o $\{b, a\}$, siendo a y b los vértices que une.

Si $\{a, b\}$ es una arista, a los vértices a y b se les llama sus extremos.

- *Aristas Adyacentes*: Se dice que dos aristas son adyacentes si convergen en el mismo vértice.
- *Aristas Paralelas*: Se dice que dos aristas son paralelas si vértice inicial y el final son el mismo.
- *Aristas Cíclicas*: Arista que parte de un vértice para entrar en el mismo.
- *Cruce*: Son dos aristas que cruzan en un punto.

Vértices

Son los puntos o nodos con los que esta conformado un grafo.

Llamaremos grado de un vértice al número de aristas de las que es extremo. Se dice que un vértice es 'par' o 'impar' según lo sea su grado.

- *Vértices Adyacentes*: si tenemos un par de vértices de un grafo (U, V) y si tenemos un arista que los une, entonces U y V son vértices adyacentes y se dice que U es el vértice inicial y V el vértice adyacente.
- *Vértice Aislado*: Es un vértice de grado cero.
- *Vértice Terminal*: Es un vértice de grado 1.

Caminos

Sean $x, y \in V$, se dice que hay un camino en G de x a y si existe una sucesión finita no vacía de aristas $\{x, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \dots, \{v_n, y\}$. En este caso

- x e y se llaman los extremos del camino
- El número de aristas del camino se llama la *longitud* del camino.

- Si los vértices no se repiten el camino se dice *propio* o *simple*.
- Si hay un camino no simple entre 2 vértices, también habrá un camino simple entre ellos.
- Cuando los dos extremos de un camino son iguales, el camino se llama *circuito* o *camino cerrado*.
- Llamaremos ciclo a un circuito *simple*
- Un vértice *a* se dice accesible desde el vértice *b* si existe un camino entre ellos. Todo vértice es accesible respecto a si mismo

CLASIFICACION DE GRAFOS

Podemos clasificar los grafos en dos grupos: dirigidos y no dirigidos. En un grafo no dirigido el par de vértices que representa un arco no está ordenado. Por lo tanto, los pares $(v1, v2)$ y $(v2, v1)$ representan el mismo arco. En un grafo dirigido cada arco está representado por un par ordenado de vértices, de forma que y representan dos arcos diferentes.

Ejemplos

$$G1 = (V1, A1)$$

$$V1 = \{1, 2, 3, 4\} \quad A1 = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$$

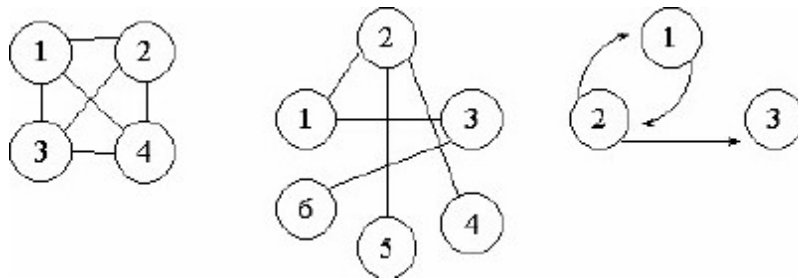
$$G2 = (V2, A2)$$

$$V2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 6)\}$$

$$G3 = (V3, A3)$$

$$V3 = \{1, 2, 3\} \quad A3 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$$

Gráficamente estas tres estructuras de vértices y arcos se pueden representar de la siguiente manera:



Algunos de los principales tipos de grafos son los que se muestran a continuación:

- **Grafo regular:** Aquel con el mismo grado en todos los vértices. Si ese grado es *k* lo llamaremos *k-regular*.

Por ejemplo, el primero de los siguientes grafos es 3-regular, el segundo es 2-regular y el tercero no es regular

- **Grafo bipartito:** Es aquel con cuyos vértices pueden formarse dos conjuntos disjuntos de modo que no haya adyacencias entre vértices pertenecientes al mismo conjunto

Ejemplo.- de los dos grafos siguientes el primero es bipartito y el segundo no lo es

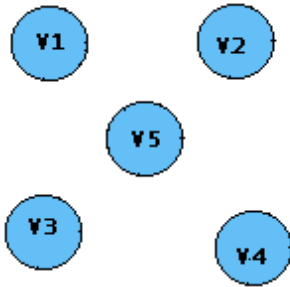
- **Grafo completo:** Aquel con una arista entre cada par de vértices. Un grafo completo con *n* vértices se denota K_n .

A continuación pueden verse los dibujos de K_3 , K_4 , K_5 y K_6

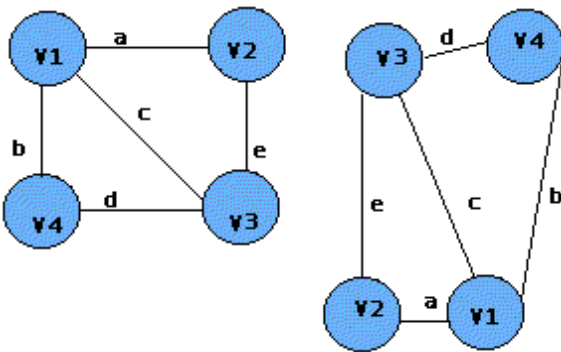
- **Un grafo bipartito regular:** se denota $K_{m,n}$ donde m, n es el grado de cada conjunto disjunto de vértices.

A continuación ponemos los dibujos de $K_{1,2}$, $K_{3,3}$, y $K_{2,5}$

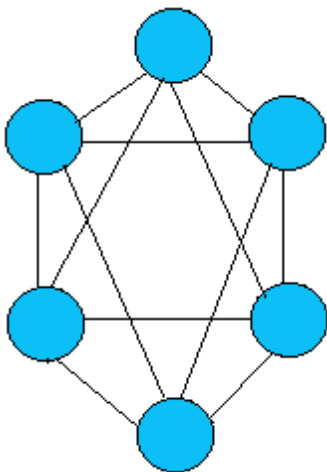
- **Grafo nulo:** Se dice que un grafo es nulo cuando los vértices que lo componen no están conectados, esto es, que son vértices aislados.



- **Grafos Isomorfos:** Dos grafos son isomorfos cuando existe una correspondencia biunívoca (uno a uno), entre sus vértices de tal forma que dos de estos quedan unidos por una arista en común.



- **Grafos Platónicos:** Son los Grafos formados por los vértices y aristas de los cinco sólidos regulares (Sólidos Platónicos), a saber, el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.



GRAFOS EULERIANOS.

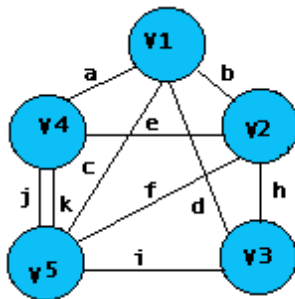
Para definir un camino euleriano es importante definir un camino euleriano primero. Un camino euleriano se define de la manera más sencilla como un camino que contiene todos los arcos del grafo.

Teniendo esto definido podemos hablar de los grafos eulerianos describiéndolos simplemente como aquel grafo que contiene un camino euleriano. Como ejemplos tenemos las siguientes imágenes:

El primer grafo de ellos no contiene caminos eulerianos mientras el segundo contiene al menos uno.

GRAFOS CONEXOS.

Un grafo se puede definir como conexo si cualquier vértice V pertenece al conjunto de vértices y es alcanzable por algún otro. Otra definición que dejaría esto más claro sería: un grafo conexo es un grafo no dirigido de modo que para cualquier par de nodos existe al menos un camino que los une.

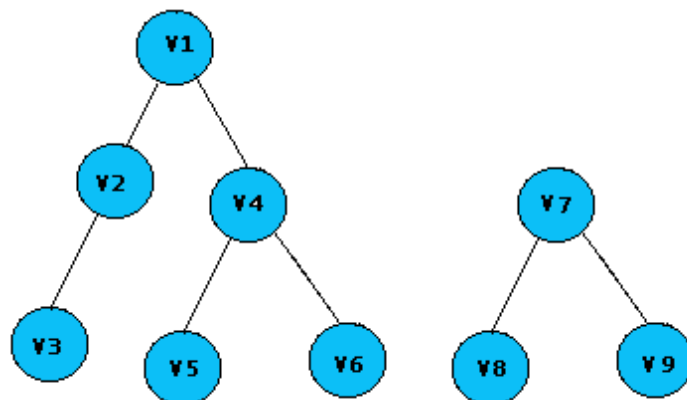


ÁRBOLES.

Un árbol se define como un tipo de grafo que no contiene ciclos, es decir es un grafo también acíclico, pero a su vez es conexo. Tal es el caso de los siguientes dos grafos en donde se puede notar que ninguno de los dos contiene repeticiones (ciclos).

BOSQUES DE ÁRBOLES.

Los bosques de árboles son un caso similar a los árboles, son acíclicos, pero no son conexos. Como ejemplo tenemos la siguiente figura.



RECORRIDO DE UN GRAFO.

Recorrer un grafo significa tratar de alcanzar todos los nodos que estén relacionados con uno que llamaremos nodo de salida. Existen básicamente dos técnicas para recorrer un grafo: el recorrido en anchura; y el recorrido en profundidad.

- **Recorrido en anchura:** El recorrido en anchura supone recorrer el grafo, a partir de un nodo dado, en niveles, es decir, primero los que están a una distancia de un arco del nodo de salida, después los que están a dos arcos de distancia, y así sucesivamente hasta alcanzar todos los nodos a los que se pudiese llegar desde el nodo salida.
- **Recorrido en profundidad:** el recorrido en profundidad trata de buscar los caminos que parten desde el nodo de salida hasta que ya no es posible avanzar más. Cuando ya no puede avanzarse más sobre el camino elegido, se vuelve atrás en busca de caminos alternativos, que no se estudiaron previamente.

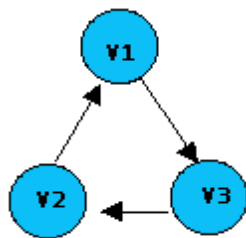
REPRESENTACIÓN DE GRAFOS EN PROGRAMAS.

Hay tres maneras de representar un grafo en un programa: mediante matrices, mediante listas y mediante matrices dispersas.

- **Representación mediante matrices:** La forma más fácil de guardar la información de los nodos es mediante la utilización de un vector que indexe los nodos, de manera que los arcos entre los nodos se pueden ver como relaciones entre los índices. Esta relación entre índices se puede guardar en una matriz, que llamaremos de adyacencia.
- **Representación mediante listas:** En las listas de adyacencia lo que haremos será guardar por cada nodo, además de la información que pueda contener el propio nodo, una lista dinámica con los nodos a los que se puede acceder desde él. La información de los nodos se puede guardar en un vector, al igual que antes, o en otra lista dinámica.
- **Representación mediante matrices dispersas:** Para evitar uno de los problemas que teníamos con las listas de adyacencia, que era la dificultad de obtener las relaciones inversas, podemos utilizar las matrices dispersas, que contienen tanta información como las matrices de adyacencia, pero, en principio, no ocupan tanta memoria como las matrices, ya que al igual que en las listas de adyacencia, sólo representaremos aquellos enlaces que existen en el grafo.

DÍGRAFO (GRAFO DIRIGIDO).

A un grafo dirigido se le puede definir como un grafo que contiene aristas dirigidas, como en el siguiente caso.



APLICACIONES DE LOS DIGRAFOS

Una de las aplicaciones mas importantes es de hallar el camino mas corto hacia un destino, ya sea de una ciudad a otra, de unos departamentos a otros, para el recorrido de árboles, sirve para la representación de algoritmos, etc.

Un ejemplo de esto es la tarea de freír un huevo:

RESUMEN

Grafo

Conjunto ordenado de V y A , Vértices y Aristas, los cuales son sus principales componentes.

Vértice

Cada uno de los puntos de un grafo, también llamados nodos. Los diferentes tipos de vértices son:

- Vértice adyacente.
- Vértice Aislado.
- Vértice Inicial.

Arista.

Cada una de las líneas que unen a los vértices del grafo. Los diferentes tipos de aristas son:

- Aristas Adyacentes.
- Aristas Paralelas.
- Aristas Cíclicas.
- Cruces.

Camino.

Es un conjunto de vértices y aristas que llevan a un punto del grafo.

Clasificación de grafos.

Podemos clasificar los grafos en dos grupos: dirigidos y no dirigidos.

- **Grafo regular:** Aquel con el mismo grado en todos los vértices
- **Grafo bipartito:** Es aquel con cuyos vértices pueden formarse dos conjuntos disjuntos de modo que no haya adyacencias entre vértices pertenecientes al mismo conjunto.
- **Grafo completo:** Aquel con una arista entre cada par de vértices.
- **Un grafo bipartito regular:** se denota $K_{m,n}$ donde m, n es el grado de cada conjunto disjunto de vértices.
- **Grafo nulo:** Se dice que un grafo es nulo cuando los vértices que lo componen no están conectados, esto es, que son vértices aislados.
- **Grafos Isomorfos:** Dos grafos son isomorfos cuando existe una correspondencia biunívoca (uno a uno), entre sus vértices de tal forma que dos de estos quedan unidos por una arista en común.
- **Grafos Platónicos:** Son los Grafos formados por los vértices y aristas de los cinco sólidos regulares (Sólidos Platónicos), a saber, el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.

GRAFOS EULERIANOS.

Aquellos que contienen un camino euleriano.

GRAFOS CONEXOS

Un grafo se puede definir como conexo si cualquier vértice V pertenece al conjunto de vértices y es

alcanzable por algún otro.

ÁRBOLES

Un árbol se define como un tipo de grafo que no contiene ciclos, es decir es un grafo también acíclico, pero a su vez es conexo.

BOSQUES DE ÁRBOLES.

Los bosques de árboles son un caso similar a los árboles, son acíclicos, pero no son conexos.

RECORRIDO DE UN GRAFO.

Recorrer un grafo significa tratar de alcanzar todos los nodos que estén relacionados con uno que llamaremos nodo de salida. Las dos principales técnicas para recorrerlo son: recorrido en anchura y recorrido en profundidad.

DÍGRAFO (GRAFO DIRIGIDO).

A un grafo dirigido se le puede definir como un grafo que contiene aristas dirigidas.

Bibliografía

Matemática discreta

N.L. Biggs (Ed. Vincens Vives)

Matemáticas discreta y combinatoria

R.P. Grimaldi (Ed. Addison Westley)

Matemáticas Discretas

K.A. Ross y R.B. Wrigth (Ed. Prentice Hall)

www.rincondelvago.com

www.google.com

www.redes.com.mx

12

1 2

8 5 3

6 4

M

F

C

A

D

Retire el huevo

Espere hasta que este hecho

Ponga el huevo en el sartén

Quiebre un huevo

Caliente el aceite

Engrase el sartén

Consiga el aceite

Consiga un huevo