

La cinemática estudia los movimientos de los cuerpos independientemente de las causas que lo producen. En este capítulo, estudiaremos los movimientos rectilíneos y curvilíneos, y circulares.

En el caso del movimiento rectilíneo, se simularán dos prácticas que realizan los estudiantes en el laboratorio, que consiste en un móvil que desliza por un carril sin apenas rozamiento. En la primera práctica simulada, se determinará la velocidad constante de un móvil, en la segunda, se determinará la aceleración de un móvil en movimiento uniformemente acelerado.

Ambas prácticas, se prestan especialmente para representar en una gráfica los datos obtenidos y aplicar el procedimiento denominado regresión lineal, trazando la recta que mejor ajusta a los resultados experimentales. Se completa aquí el capítulo primero, en la parte correspondiente a las medidas.

Dos programas interactivos están dedicados a ayudar a los estudiantes a resolver problemas de cinemática. El estudiante puede observar el movimiento de caída de los cuerpos, establecer la posición y la velocidad inicial, y parar el movimiento en cualquier momento. Anotar los valores posición y velocidad del móvil en cualquier instante, y en particular, cuando éste alcanza la altura máxima o regresa al origen. Los valores que el estudiante obtiene resolviendo las ecuaciones del movimiento los puede comparar con los que proporciona el programa interactivo.

La necesidad de establecer un origen y un sistema de referencia para describir un movimiento se pone de manifiesto en la resolución de problemas de caída de los cuerpos. Muchos estudiantes siguen un procedimiento equivocado. Por ejemplo, cuando un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba calculan la "distancia" recorrida por el cuerpo hasta que alcanza su altura máxima, y luego, la que recorre hasta que llega al suelo, consideran la aceleración negativa como definición del movimiento desacelerado, y les sorprende el signo negativo en la velocidad o en la posición del móvil.

En este capítulo se representan gráficas que describen el movimiento de una partícula. La interpretación de las gráficas es una habilidad que han de conseguir los estudiantes, ya que una gráfica muestra de un vistazo el comportamiento o una tendencia de un fenómeno físico, información que no se puede conseguir mirando una tabla con los mismos datos. La interpretación de las gráficas, posición–tiempo, velocidad–tiempo y aceleración–tiempo, no es tan evidente como pudiera parecer (Beichner 1994).

La principal dificultad de orden didáctico estriba en que los estudiantes no diferencian bien entre el valor de una magnitud y la razón de su cambio con el tiempo. Esta dificultad se pone de manifiesto en las situaciones en las que la velocidad es cero pero la aceleración es distinta de cero, por ejemplo, cuando un móvil que se lanza verticalmente hacia arriba alcanza su altura máxima.

Otros dos programas interactivos, se pueden calificar como problemas–juego, y tratan como otros que se verán a lo largo de este curso, de hacer una Física más intuitiva y divertida. Son programas simples pero significativos desde el punto de vista de la Física. En el primero, se tratará de apuntar con un cañón a un blanco fijo. El estudiante se dará cuenta que hay dos posibles soluciones a este problema. En el segundo, se tratará de bombardear un blanco móvil.

Ambas situaciones se resolverán por el procedimiento de prueba y error en el menor número de intentos posibles. Posteriormente, se sugiere al estudiante, que resuelva numéricamente el problema y acierte al primer intento.

Aplicaremos lo aprendido sobre el tiro parabólico a situaciones de la vida diaria y en concreto, al popular juego del baloncesto. Examinaremos con detalle todos los elementos que entran en el juego del baloncesto: la canasta, el balón, el aro y el tablero.

El estudio de las distintas situaciones nos permitirá conectar con otras partes de la Física, como la Óptica, al estudiar el efecto del tablero, con la Dinámica, al estudiar el choque del balón contra el suelo, con las Oscilaciones al estudiar la deformación del balón cuando choca con una pared rígida, y con el fenómeno de la dispersión, al estudiar el choque del balón con el aro.

Los estudiantes resuelven sin dificultad problemas de encuentros entre dos móviles en movimiento rectilíneo uniforme o uniformemente acelerado, por ejemplo, policías que persiguen a ladrones. Sin embargo, tienen dificultades para hallar el instante de encuentro (por primera vez) de dos móviles en movimiento circular uniforme o uniformemente acelerado. Se ha diseñado un applet que recrea uno de estos problemas y que muestra que en una trayectoria circular hay múltiples encuentros, y enseña a diferenciar entre posición y desplazamiento angular.

Bibliografía

Alonso, Finn. *Física*. Editorial Addison–Wesley Iberoamericana (1995).

Capítulos 3 y 4.

Arons A. *A Guide to introductory Physics teaching*. Editorial John Wiley & Sons (1990).

Capítulo 2 y 4.

Savirón, José M^a. *Problemas de Física General en un año olímpico*. Editorial Reverté (1984)

Problemas 49, 63, 64, 65, 66, y 70, referidos al juego del baloncesto

Serway. *Física*. Editorial McGraw–Hill (1992).

Capítulos 3 y 4. Presta especial atención a la interpretación gráfica de los movimientos. Explica los conceptos de velocidad media e instantánea, aceleración media e instantánea, de forma gráfica y analítica.

Tipler. *Física*. Editorial Reverté (1994).

Capítulos 2 y 3. Repasa el cálculo diferencial, integral y el cálculo vectorial. Da importancia a la interpretación de las gráficas del movimiento.

Artículos

Azcárate Gimeno. *La nueva ciencia del movimiento de Galileo: Una génesis difícil*. Enseñanza de las Ciencias, V-2, nº 3, 1984, pp. 203–208.

Sobre las leyes de caída de graves

Beichner R. J. *Testing student interpretation of kinematics graphs*. American Journal of Physics 62 (8), August 1994, pp. 750–762.

Describe un cuestionario y los resultados del mismo sobre las interpretación de los estudiantes de las gráficas en cinemática. Destaca las dificultades que tienen para encontrar las pendientes de las líneas que no pasan a través del origen, y la interpretación del significado del área bajo las curvas.

Hewson P. W. *Diagnosis and remediation of an alternative conception of velocity using a microcomputer program*. American Journal of Physics 53 (7), July 1985, pp. 684–690.

Programa de ordenador diseñado de acuerdo al modelo de enseñanza como cambio conceptual, para remediar la dificultad que tienen los estudiantes al comparar la velocidad de dos objetos. En general, los estudiantes emplean el criterio "posición", cuando dos objetos están muy cerca uno del otro, para decir que tienen la misma velocidad.

Thuillier P. *En las fuentes de la Ciencia: Del arte a la Ciencia: El descubrimiento de la trayectoria parabólica*. Mundo Científico V-7, n° 74, Noviembre 1987.

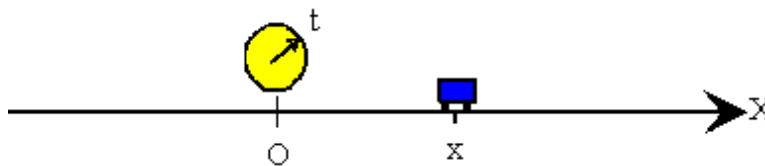
Cuenta que Galileo fue el primero en establecer "geométricamente" que una bala de cañón describe una trayectoria parabólica.

Wilkinson, Risley, Gastineau, Engelhardt, Schultz. *Graphs & Tracks impresses as a kinematics teaching tool*. Computers in Physics, V-8, n° 6, Nov/Dec 1994, pp. 696–699.

Describe un programa de ordenador que dibuja en la pantalla una gráfica de la posición, velocidad y aceleración de un móvil en función del tiempo. Se le pide al estudiante que construya un camino rectilíneo de modo que el movimiento de una bola a lo largo del mismo se corresponda con dichas gráficas. El problema se puede también plantear a la inversa, es decir, dado el camino, describir el movimiento de la bola.

Movimiento rectilíneo

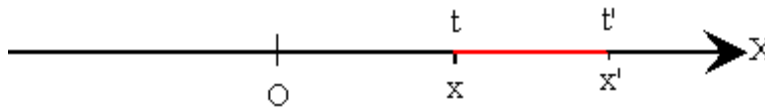
Se denomina movimiento rectilíneo, cuando su trayectoria es una línea recta.



En la recta situamos un origen O , donde estará situado un observador, que medirá la posición del móvil x en el instante t . Las posiciones serán positivas si el móvil está a la derecha del origen y negativas si está a la izquierda del origen.

Posición

La posición x del móvil se puede relacionar con el tiempo t mediante una función $x=f(t)$.



Desplazamiento

Supongamos ahora que en el tiempo t , el móvil se encuentra en posición x , más tarde, en el instante t' el móvil se encontrará en la posición x' . Decimos que el móvil se ha desplazado $\delta x = x' - x$ en el intervalo de tiempo $\delta t = t' - t$, que va desde el instante t al instante t' .

Velocidad

La velocidad media entre los instantes t y t' está definida por

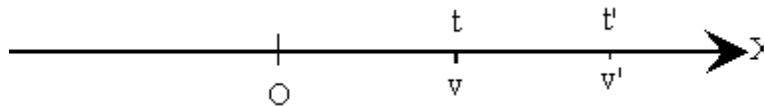
$$\langle v \rangle = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Para determinar la velocidad en el instante t , debemos hacer el intervalo de tiempo δt tan pequeño como sea posible, en el límite cuando δt tiende a cero.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Pero dicho límite es la definición de derivada de x con respecto del tiempo t .

Aceleración



En general, la velocidad de un cuerpo es una función del tiempo. Supongamos que en un instante t la velocidad del móvil es v , y en el instante t' la velocidad del móvil es v' . Se denomina aceleración media entre los instantes t y t' al cociente entre el cambio de velocidad $\delta v = v' - v$ y el intervalo de tiempo en el que se ha tardado en efectuar dicho cambio, $\delta t = t' - t$.

$$\langle a \rangle = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración en el instante t es el límite de la aceleración media cuando el intervalo δt tiende a cero, que no es otra cosa que la definición de la derivada de v .

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

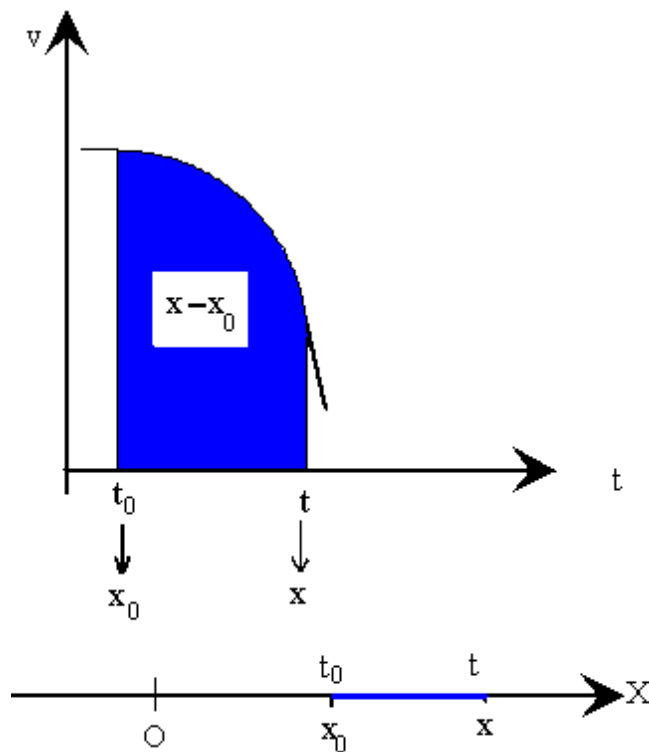
Dada la velocidad del móvil hallar el desplazamiento

Si conocemos un registro de la velocidad podemos calcular el desplazamiento $x - x_0$ del móvil entre los instantes t_0 y t , mediante la integral definida.

$$x - x_0 = \int_{t_0}^t v \cdot dt$$

El producto $v \, dt$ representa el desplazamiento del móvil entre los instantes t y $t + dt$, o en el intervalo dt . El desplazamiento total es la suma de los infinitos desplazamientos infinitesimales entre los instantes t_0 y t .

En la figura, se muestra una gráfica de la velocidad en función del tiempo, el área en color azul mide el desplazamiento total del móvil entre los instantes t_0 y t , el segmento en color azul marcado en la trayectoria recta.



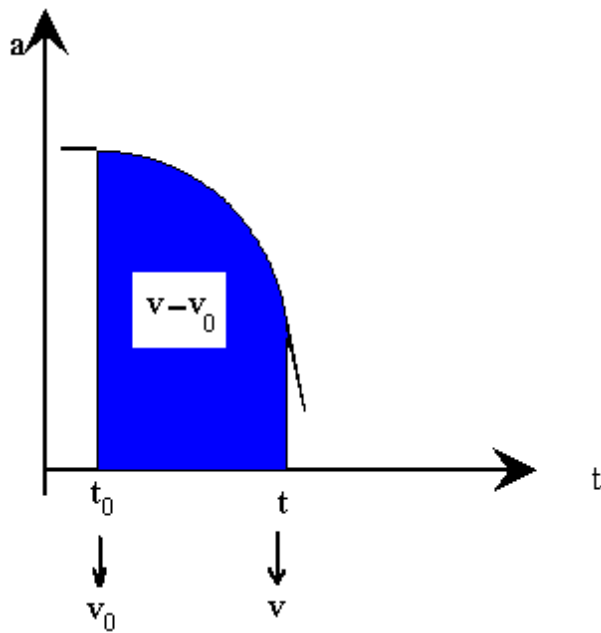
Hallamos la posición x del móvil en el instante t , sumando la posición inicial x_0 al desplazamiento, calculado mediante la medida del área bajo la curva $v-t$ o mediante cálculo de la integral definida en la fórmula anterior.

Dada la aceleración del móvil hallar el cambio de velocidad

Del mismo modo que hemos calculado el desplazamiento del móvil entre los instantes t_0 y t , a partir de un registro de la velocidad v en función del tiempo t , podemos calcular el cambio de velocidad $v - v_0$ que experimenta el móvil entre dichos instantes, a partir de un registro de la aceleración en función del tiempo.

$$v - v_0 = \int_{t_0}^t a \cdot dt$$

En la figura, el cambio de velocidad $v - v_0$ es el área bajo la curva $a-t$, o el valor numérico de la integral definida en la fórmula anterior.



Conociendo el cambio de velocidad $v - v_0$, y el valor inicial v_0 en el instante t_0 , podemos calcular la velocidad v en el instante t .

Resumiendo, las fórmulas empleadas para resolver problemas de movimiento rectilíneo son

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$

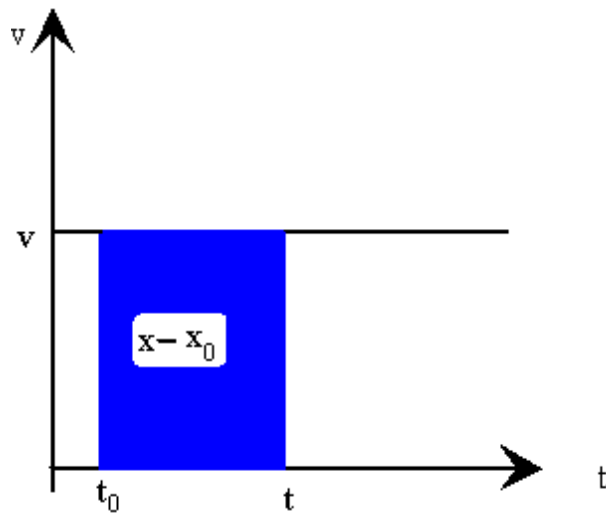
$$x - x_0 = \int_{t_0}^t v \, dt \qquad v - v_0 = \int_{t_0}^t a \, dt$$

Movimiento rectilíneo uniforme

Un movimiento rectilíneo uniforme es aquél cuya velocidad es constante, por tanto, la aceleración es cero. La posición x del móvil en el instante t lo podemos calcular integrando

$$x - x_0 = v \cdot (t - t_0)$$

o gráficamente, en la representación de v en función de t .



Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero, por lo que las ecuaciones del movimiento uniforme resultan

$$a = 0$$

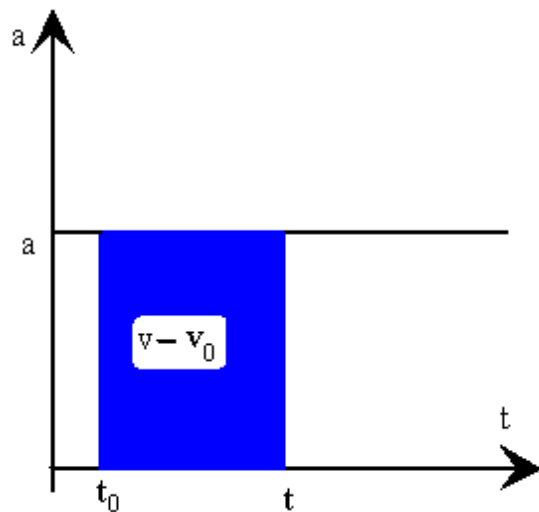
$$v = \text{cte}$$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

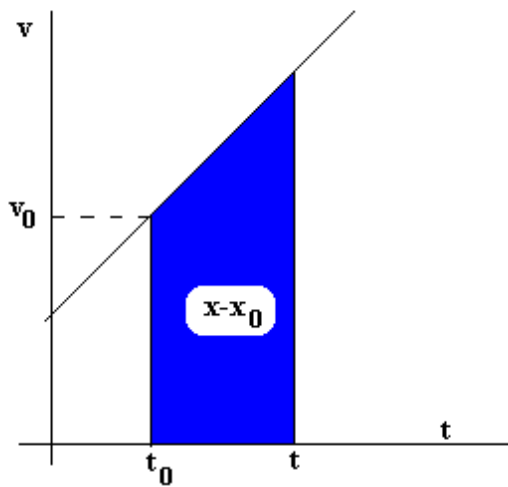
Un movimiento uniformemente acelerado es aquél cuya aceleración es constante. Dada la aceleración podemos obtener el cambio de velocidad $v - v_0$ entre los instantes t_0 y t , mediante integración, o gráficamente.

$$v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$



Dada la velocidad en función del tiempo, obtenemos el desplazamiento $x - x_0$ del móvil entre los instantes t_0 y t , gráficamente (área de un rectángulo + área de un triángulo), o integrando

$$x - x_0 = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$



Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero, quedando las fórmulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado más simplificadas.

$$a = \text{cte}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Movimiento curvilíneo

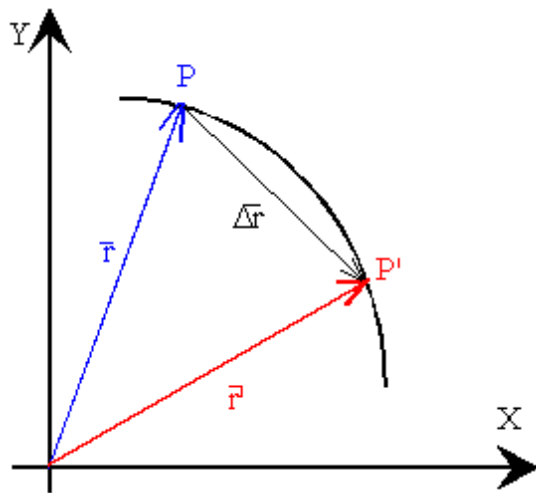
Supongamos que el movimiento curvilíneo tiene lugar en el plano XY, situamos un origen, y unos ejes, y representamos la trayectoria del móvil, es decir, el conjunto de puntos por los que pasa el móvil.

Las magnitudes que describen un movimiento curvilíneo son:

Vector posición $\vec{r}$ en un instante t .

Como la posición del móvil cambia con el tiempo. En el instante t el móvil se encuentra en el punto P, o en otras palabras, su vector posición es $\vec{r}$
y en el instante t' se encuentra en el punto P', su posición viene dada por el vector $\vec{r}'$.

Diremos que el móvil se ha desplazado $\Delta\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$
en el intervalo de tiempo $\delta t = t' - t$. Dicho vector tiene la dirección de la secante que une los puntos P y P'.



Vector velocidad

El vector velocidad media, se define como el cociente entre el vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ entre el tiempo que ha empleado en desplazarse Δt .

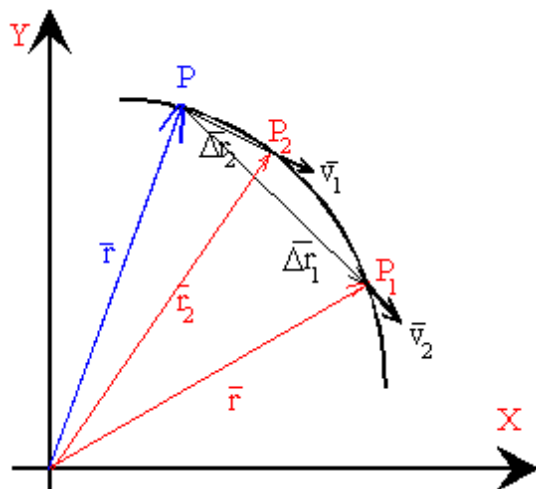
$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{t' - t} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

El vector velocidad media tiene la misma dirección que el vector desplazamiento, la secante que une los puntos P y P' de la figura.

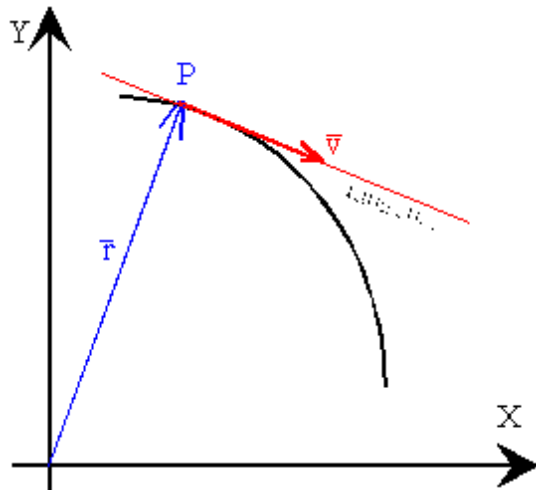
El vector velocidad en un instante, es el límite del vector velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Como podemos ver en la figura, a medida que hacemos tender el intervalo de tiempo a cero, la dirección del vector velocidad media, la recta secante que une sucesivamente los puntos P, con los puntos P1, P2....., tiende hacia la tangente a la trayectoria en el punto P.



En el instante t , el móvil se encuentra en P y tiene una velocidad $\vec{v}$ cuya dirección es tangente a la trayectoria en dicho punto.



Vector aceleración

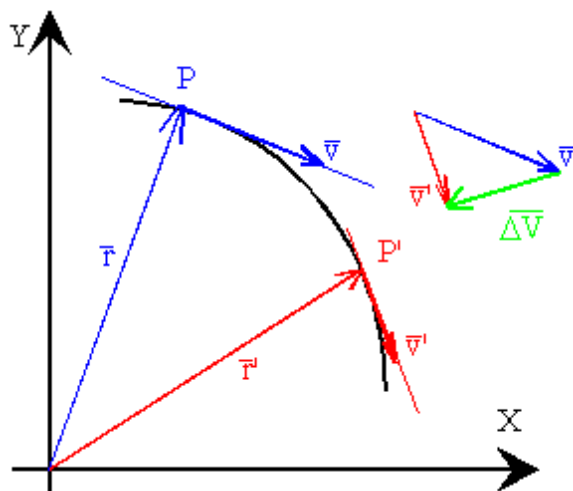
En el instante t el móvil se encuentra en P y tiene una velocidad $\vec{v}$ cuya dirección es tangente a la trayectoria en dicho punto.

En el instante t' el móvil se encuentra en el punto P' y tiene una velocidad $\vec{v}'$

.

El móvil ha cambiado, en general, su velocidad tanto en módulo como en dirección, en la cantidad dada por el vector diferencia $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$

.



Se define la aceleración media como el cociente entre el vector cambio de velocidad $\Delta\vec{v}$ y el intervalo de tiempo $\delta t = t' - t$, en el que tiene lugar dicho cambio.

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{t' - t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Y la aceleración en un instante $\vec{a}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Resumiendo, las ecuaciones del movimiento curvilíneo en el plano XY son

$$\begin{array}{lll} x = x(t) & v_x = \frac{dx}{dt} & a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ y = y(t) & v_y = \frac{dy}{dt} & a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{array}$$

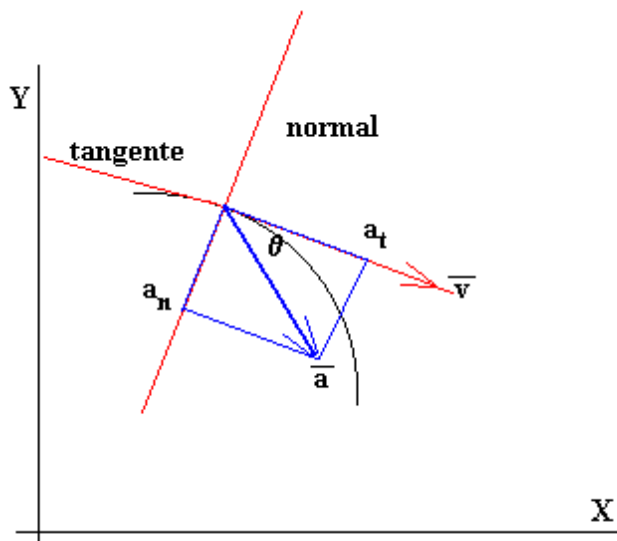
La primera fila corresponde a las ecuaciones de un movimiento rectilíneo a lo largo del eje X, la segunda fila corresponde a las ecuaciones de un movimiento rectilíneo a lo largo del eje Y, y lo mismo podemos decir respecto del eje Z.

Por tanto, podemos considerar un movimiento curvilíneo como la composición de movimientos rectilíneos a lo largo de los ejes coordenados.

Componentes tangencial y normal de la aceleración

Las componentes rectangulares de la aceleración no tienen significado físico, pero si lo tienen las componentes de la aceleración en un nuevo sistema de referencia formado por la tangente a la trayectoria y la normal a la misma.

Hallar las componentes tangencial y normal de la aceleración en un determinado instante es un problema de geometría, tal como se ve en la figura.



- Se dibujan los ejes horizontal X y vertical Y.

- Se calculan las componentes rectangulares de la velocidad y de la aceleración en dicho instante. Se representan los vectores velocidad y aceleración en dicho sistema de referencia.
- Se dibujan los nuevos ejes, la dirección tangencial es la misma que la dirección de la velocidad, la dirección normal es perpendicular a la dirección tangencial.
- Con la regla y el cartabón se proyecta el vector aceleración sobre la dirección tangencial y sobre la dirección normal.
- Se determina el ángulo δ entre el vector velocidad y el vector aceleración, y se calcula el valor numérico de dichas componentes: $a_t = a \cos \delta$ y $a_n = a \sin \delta$

Podemos hallar la aceleración tangencial en cualquier instante, a partir del producto escalar del vector aceleración $\vec{a}$ y el vector velocidad $\vec{v}$.

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = va \cos \delta = va_t \quad a_t = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v}$$

La aceleración normal, se obtiene a partir del módulo de la aceleración a y de la aceleración tangencial a_t

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2}$$

La aceleración tangencial se obtiene también derivando el módulo de la velocidad con respecto del tiempo

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

Como la velocidad es un vector, y un vector tiene módulo y dirección. Existirá aceleración siempre que cambie con el tiempo bien el módulo de la velocidad, la dirección de la velocidad o ambas cosas a la vez.

- Si solamente cambia el módulo de la velocidad con el tiempo, como en un movimiento rectilíneo, tenemos únicamente aceleración tangencial.
- Si solamente cambia la dirección de la velocidad con el tiempo, pero su módulo permanece constante como en un movimiento circular uniforme, tenemos únicamente aceleración normal.
- Si cambia el módulo y la dirección de la velocidad con el tiempo, como en un tiro parabólico, tendremos aceleración tangencial y aceleración normal..

Obtendremos la expresión de la aceleración normal en el estudio del movimiento circular.

Movimiento bajo la aceleración constante de la gravedad

Introducción

En este programa, se estudia un caso particular de movimiento curvilíneo, el tiro parabólico. Se tratará de mostrar que el tiro parabólico es la composición de dos movimientos:

- Uniforme a lo largo del eje X.
- Uniformemente acelerado a lo largo del eje vertical Y.

Para resolver un problema de tiro parabólico es necesario seguir los siguientes pasos

- 1.-Establecer el sistema de referencia, es decir, el origen y los ejes horizontal X, y vertical Y
- 2.-Determinar el valor y el signo de la aceleración vertical
- 3.-Las componentes de la velocidad inicial (incluido el signo)
- 4.-La posición inicial
- 5.-Escribir las ecuaciones del movimiento
- 6.-A partir de los datos, hallar las incógnitas

Descripción

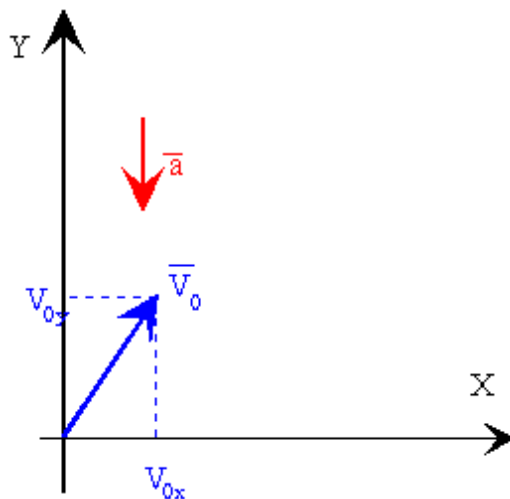
En la figura tenemos un proyectil que se ha disparado con una velocidad inicial v_0 , haciendo un ángulo θ con la horizontal, las componentes de la velocidad inicial son

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Las ecuaciones del movimiento se obtienen fácilmente teniendo en cuenta que el movimiento resultante es la composición de dos movimientos:

- movimiento rectilíneo y uniforme a lo largo del eje X
- uniformemente acelerado a lo largo del eje Y



$$a_x = 0$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$x = v_{0x} \cdot t$$

$$a_y = -g$$

$$v_y = v_{0y} + (-g) \cdot t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2}(-g) \cdot t^2$$

En primer lugar, eliminado el tiempo en las ecuaciones que nos dan las posiciones x e y , obtenemos la ecuación de la trayectoria, que tiene la forma $y=ax^2 +bx +c$, lo que representa una parábola.

Obtenemos la altura máxima, cuando la componente vertical de la velocidad v_y es cero; el alcance horizontal x cuando el cuerpo retorna al suelo $y=0$.

