



## ESTADISTICA

PIEGI / UTFSMCS

20 de Junio 2002

## TAREA ESTADISTICA

### DEMOSTRACIONES DE PROBABILIDAD

#### Tarea:

Si A y B son independientes:

- A-B y B-A son independientes?
- A y B-A son independientes?
- A y A-B son independientes?
- B y B-a son independientes?
- B y A-B son independientes?

#### Desarrollo:

Se sabe que si A y B son independientes: A y Bc son independientes

Ac y B son independientes

Ac y Bc son independientes

- **A-B y B-A son independientes:**

Sea  $T = A-B$

$W = B-A$

Sean T y W independientes  $P(T \cap W) = P(T) * P(W)$

$$P(T \cap W) = P[(A-B) \cap (B-A)]$$

$$P(T \cap W) = P[(A \cap B) \cap (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cap (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cap (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B) \cap (A^c \cap B^c)]$$

$Bc) \bar{I}$   
 $(Ac \bar{I}$   
 $B)]$

$P(T \bar{I}$   
 $W) = P[(A \bar{I}$   
 $Ac) \bar{I}$   
 $(B \bar{I}$   
 $Bc)]$

$P(T \bar{I}$   
 $W) = P[(\phi$   
 $) \bar{I}$   
 $(\phi$   
 $)]$

$P(T \bar{I}$   
 $W) = 0$

$P(T) * P(W) = 0$  ecc.(1)

**Por otro lado:**

$P(T) = P(A - B)$

$P(T) = P(A \bar{I}$   
 $Bc)$

$P(T) = P(A) * P(Bc)$

$P(W) = P(B - A)$

$P(W) = P(B \bar{I}$   
 $Ac)$

$P(W) = P(B) * P(Ac)$

En consecuencia:

$P(T) * P(W) = P(A) * P(Bc) * P(B) * P(Ac)$

$P(T) * P(W) = P(A) * (1 - P(B)) * P(B) * (1 - P(A))$

Ordenando:

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B) * (1 - P(B)) * (1 - P(A))$  ecc.(2)

No son independientes ya que ecc.(1) y ecc.(2) no son iguales.

**2) ¿A y (B-A) son independientes?**

Sea  $T = A$

$W = B - A$

Sean  $T$  y  $W$  independientes  $P(T \cap W) = P(T) * P(W)$

$P(T \cap W) = P(A \cap (B - A))$

$P(T \cap W) = P(A \cap B - A \cap A)$

$P(T \cap W) = P(A \cap B) - P(A)$

$P(T \cap W) = P(\emptyset) = 0$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B - A)$

$P(T) * P(W) = 0$

$P(T) * P(W) = 0$  ecc.(3)

Por otro lado:

$P(T) = P(A)$

$P(W) = P(B - A) = P(B) - P(A)$

$P(T) * P(W) = P(A) * (P(B) - P(A))$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B) - P(A)^2$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B) - P(A)^2$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B) - P(A)^2$  ecc.(4)

Como ecc(3) no es igual a ecc(4) no son independientes

### 3) ¿A y (A-B) son independientes?

Sea  $T = A$

$W = A - B$

Sean T y W independientes  $P(T \cap W) = P(T) * P(W)$

$P(T \cap W) = P(A \cap (A - B))$

$P(T \cap (B^c \cap A))$

$P(T \cap W) = P(A \cap (A \cap B^c))$

$P(T \cap W) = P(A \cap B^c)$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(B^c)$  ecc.(5)

Por otro lado:

$P(T) = P(A)$

$P(W) = P(A \cap B^c)$

$P(W) = P(A) * P(B^c)$

$P(T) * P(W) = P(A) * P(A) * P(B^c)$

$P(T) * P(W) = [P(A)]^2 * P(B^c)$  ecc.(6)

Como ecc(5) no es igual a ecc(6) no son independientes, excepto para  $P(A) = 1$

### 4) ¿B y (B-A) son independientes?

Sea  $T = B$

$W = B - A$

Sean T y W independientes  $P(T \cap W) = P(T) * P(W)$

$$P(T \cap W) = P(B \cap (B-A))$$

$$P(T \cap W) = P(B \cap (B \cap A^c))$$

$$P(T \cap W) = P(B \cap B \cap A^c)$$

$$P(T \cap W) = P(B \cap A^c)$$

$$P(T \cap W) = P(B) * P(A^c)$$

$$P(T) * P(W) = P(B) * P(A^c) \text{ ecc. (7)}$$

Por otro lado:

$$P(T) = P(B)$$

$$P(W) = P(B - A)$$

$$P(W) = P(B \cap A^c)$$

$$P(W) = P(B) * P(A^c)$$

$$P(T) * P(W) = P(B) * P(B) * P(A^c)$$

$$P(T) * P(W) = [P(B)]^2 * P(A^c) \text{ ecc. (8)}$$

Como ecc(7) no es igual a ecc(8) no son independientes, excepto para  $P(B) = 1$

### 5) ¿B y (A-B) son independientes?

Sea  $T = B$

$W = A - B$

Sean T y W independientes  $P(T \cap W) = P(T) * P(W)$

$$P(T \cap W) = P(B \cap (A-B))$$

$(A-B]$

$(T \cap W) = B \cap (A \cap B^c)$

$(T \cap W) = (B \cap A) \cap B^c$

$P(T \cap W) = P(B \cap A \cap B^c)$

$P(T \cap W) = P(\emptyset)$

$P(T) * P(W) = P(\emptyset)$

$P(T) * P(W) = 0$  ecc.(9)

Por otro lado:

$P(T) = P(B)$

$P(W) = P(A - B)$

$P(W) = P(A \cap B^c)$

$P(W) = P(A) * P(B^c)$

$P(T) * P(W) = P(B) * P(A) * P(B^c)$

$P(T) * P(W) = P(B) * P(A) * [1 - P(B)]$

$P(T) * P(W) = P(B) * P(A) - P(A) * [P(B)]^2$  ecc.(10)

Como ecc(9) no es igual a ecc(10) no son independientes.