Ecuaciones Cuadráticas y Cúbicas. Un Enfoque distinto.

Comencemos con nuestra vieja conocida, la ecuación de segundo grado:

$y=x^2 + bx + c=0$.

Sabemos que las relaciones entre sus coeficientes y raíces, esta dada por:

$x_1 + x_2 = -b$; $x_1.x_2 =c$; luego podemos postular que

$x_1= -b/2+ A$; $x_2 = -b/2 -A$; al calcular c tendremos:

$(-b/2 + A) (-b/2 - A) = - (b/2 -A). - (b/2 +A)= (b/2 - A) (b/2 + A)= b^2/4 - A^2 = c$:.

$A^2 = b^2/4 -c$; $A = \pm$ " $b^2/4 - c$: . x_1; $x_2 = -b/2 \pm$ " $b^2/4 - c$; expresión ya conocida, desde nuestra época de estudios secundarios.

Al termino A lo designaremos dispersión simétrica, pues como se puede observar, las raíces son simétricas respecto de $-b/2$; que no es otra cosa que el promedio de las mismas.

Al radicando lo presentaremos ligeramente diferente haciendo:

"$b^2/4 - c =$ " $-(c - b^2/4) = i$"$c- b^2/4$:. $x_1;x_2 = -b/2 \pm i$"$c - b^2/4$

Lo que nos muestra que el caso mas general nos da dos raíces complejas y conjugadas (simétricas con respecto al eje real). Si lo representamos gráficamente tendremos x_1 y x_2

Con modulo "c, y argumento: seno Ø= " $c- b^2 / 4$ " c: .

seno Ø= ± " $1-b^2/4c$: .

Ø = seno−1 ± "$1- b^2/4c$

Dependiendo del signo del radicando (discriminante), tendremos dos raíces, que como dijimos anteriormente serán simétricas, respecto a $-b/2$

- Ecuaciones de tercer grado (cúbicas)

Si tenemos la ecuación general $y=ax^3 +bx^2 + cx + d = 0$ mediante el cambio de variable $z = x + b/3a$; pasamos a otra ecuación, llamada reducida de la forma:

$Y=x^3 + cx +d =0$. Esta ecuación se resuelve mediante las formulas de Cardano, pero nosotros utilizaremos otro enfoque.

En el caso de la ecuación cúbica la relación entre sus coeficientes y raíces, esta dada por:

$x_1+x_2 + x_3 = -b$; $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = c$; $x_1x_2x_3 = -d$

Para el caso de la ecuación reducida b=0: . $x_1+x_2+x_3=0$:. $x_3 = -(x_1 +x_2)$; que reemplazado en la ecuación de c, tendremos $x_1x_2 + x_3(x_1 +x_2) = x_1x_2 -(x_1 +x_2)^2 =$

x1 x2 −(x12 + x22 +2x1x2) =c: . x12 + x22 + x1x2 +c=0.

Ahora expresaremos x2= f(x1)

x2= −x1/2 ± " (x1/2)2 −(c+ x12) = −x1/2 ± " −(3/4x12 +c) =− x1/2 ± i" 3(x1/2)2 +c

Esto nos nuestra que las tres raíces de la ecuación cúbica esta dada por:

x1 =x1

x2 =−x1/2 + i" 3 x1/2 2 +c

x3 = −x1/2 − i" 3 x1/2 2+c

Esto nos dice, que si bien hay tres raíces, hay una sola incógnita x1; ya que determinada esta quedan automáticamente definidas x2, x3 ,mediante una simple operación. Que x2, x3 son simétricas con respecto a −x1/2 ; y en este caso la dispersión simétrica vale.

i"3(x1/2) 2 + c.

También vemos que en el caso más general tendremos una raíz real y dos raíces complejas conjugadas. Dependiendo del signo del radicando podemos llegar a tener tres raíces reales.

Representando graficamente tendremos: x2 y x3

Con modulo" x21 + c y argumento Cos ðð± x1/2 "x12 + c

Cos ðð 1 ± 2 "1+ c/x12

:. ð =Cos−1 ±1 2 "1 + c/x12

A

hora surge la pregunta más importante. Cómo determinamos x1?

Utilizaremos el proceso de iteración mediante una calculadora científica:

Para ello colocaremos a x3 + cx + d =0 en la forma x(x2 + c) =−d ; y seguiremos la siguiente secuencia de calculo.

Primeramente haremos un examen visual de la expresión y apreciaremos el orden que debe tener x1 , dependiendo de c y d

- teclear valor
- ingresar en memoria
- elevar al cuadrado
- sumar c
- igual
- multiplicar
- llamar memoria
- igual

comparar el valor obtenido con $-d$.

Corregir el valor $x1$, de manera de ir obteniendo una convergencia hacia $-d$.

Con un poco de práctica, en pocos minutos se puede obtener un buen resultado.

Si contamos con una calculadora programable la secuencia anterior, puede servir de base para un programa de cálculo, el cual una vez incorporado nos resolverá el problema rápidamente y con la exactitud requerida.

Obtenida $x1$, la reemplazamos en las expresiones que determinan $x2$ y $x3$; y habremos resuelto la ecuación totalmente.

Algo de destacar es que cuando hicimos el desarrollo $x1x2 -(x1 + x2)2 = c$ debido a que $x1+x2 =-x3$:. $x1x2 - x23 = c$. Haciendo una rotación de índices obtenemos las expresiones adicionales:

$x1x3- x22= c$

$x2x3 - x21 = c$

Para verificar este aserto, tomamos el caso $x1 = 2$; $x2 = 4$;$x3 =-6$; que corresponde a la ecuación

$y=x3 -28x +48=0$.

Si reemplazamos adecuadamente los valores de $x1$, $x2$ y $x3$ en dichas expresiones, siempre obtendremos $c=-28$. Pero esto no solo es válido para este ejemplo con valores reales, sino también cuando existen raices complejas conjugadas lo cual lo podrá verificar el lector curioso, que se decida hacerlo.

Una vez obtenidos $x1$, $x2$ y $x3$ convienen hacer una verificación rápida, para ver si no se ha cometido un error.

Para ello, lo más conveniente es constatar si se cumplen las condiciones:

$x1 +x2 +x3 =0$; $x1x2x3= -d$.

La verificación definitiva, vendrá cuando sé reemplazen $x2$ y $x3$, en la ecuación y se cumpla la condición $y=0$

Para el caso de que tengamos la ecuación completa $y=x3 +bx2 +cx + d=0$ y no querramos reducirla mediante el cambio de variable que antes mencionamos, seguiremos el siguiente procedimiento

A partir de la condición $x1 + x2 + x3 = - b$ establecemos:

$x1 =--b/3 +A$

$x2 =-b/3 - A/2 + B = - (b/3 +A/2) +B$

$x3 = -b/3 - A/2 - B = - (b/3 + A/2) -B$

De la primera expresión obtendremos que $A= x1 +b/3$.

Como $x1x2x3 = -d$; hacemos el producto

$(-b/3 +A)(- +B)(- -B)=-d$:.

$b/3+ A/2\ 2 - b/3 + A - B2 . -b/3 + A =-d$:. $B2= d / -b/3+A + b/3 + A / 2\ 2$;

pero $- b/3 +A= x1$; y $b/3 + A/2 = b + x1 /2$:. $B= \pm$ " $d/x1+ (b + x1) /2\ 2$

Se puede llegar a estas mismas expresiones a partir del siguiente esquema:

Sea $y= x\ 3+bx2+cx+d=0$, $x1+x2+x3=-b$, $x1.x2.x3=-d$

$x3= -(b+x1+x2)$ o $x1x2(b+x1+x2) = x1x2b+x12x2+x1x2\ 2= d$

$x2b+x1x2+x22 = d/x1$; $x2(b+x1)+x22 = d/x1$; $x22+(b+x1)x2 - d/x1 = 0$

Para obtener x1, seguiremos el procedimiento de iteración , para lo cual colocamos la ecuación en la forma $x\ (x2 + bx + c)= -d$.

En este caso la secuencia de calculo será:

- teclear valor
- ingresar en memoria
- elevar al cuadrado
- sumar
- abrir paréntesis
- llamar memoria
- multiplicar por b
- cerrar paréntesis
- sumar c
- igual
- multiplicar
- llamar memoria
- igual

Repetir la secuencia variando x , hasta obtener una adecuada convergencia de $- d$. Una vez obtenida x1 ; calculamos A y B para finalmente obtener x2 y x3.

- Resumen:

- Ecuación de segundo grado

$y =x2 + bx + c= 0$

- Resolución directa

$x= - b/2 \pm$ i"$c -b2/4$

- Ecuación cúbica reducida

$y=x3 + cx + d =0$

$x1 =x1$

$x2 =-x1/2 + i$ " $3\ x1 / 2\ 2 +c$

$x3 = -x1/2 -i " 3 x1 /2 2 +c$

x1 se determina por el proceso de iteracion descripto, utilizando una calculadora científica

- Ecuación cúbica completa

$y= x3 + bx2 +cx +d= 0$

$x1 = -b/3 + A$

$x2 = - b/3 + A/2 +B$

$x3 = - b/3 + A/2 -B$

$A= x1 +b/3$; $B= \pm " d/x1 + [(b+x1)/2)] 2$

x1 se determina por el proceso de iteración descripto , utilizando una calculadora científica, por lo que puede resumirse en :

$x1 = x1$

$x2 = -(b +x1) /2 +" [(b+x1)/2)] 2+ d/x1$

$x3=- (b +x1)/2 - " [(b+x1)/2)] 2 + d/x1$

- Reemplazando

$x2 = - x1/2 + i " 3x 2/4 + c$

$x3= - x 1/2 - i " 3x2 /4 + c$

en las expresiones

$x2x3 - x12 = c$

$x1x3 - x22 = c$

$x1x2 - x32 = c$

obtendremos siempre la identidad c=c, lo que explica la cualidad permutativa de las expresiones mencionadas

Resolución de ecuaciones algebraicas, con coeficientes reales, de grado n

P

artiremos del hecho que: Un polinomio de grado n puede descomponerse en un producto de n factores de primer grado, según la siguiente relación:

$y = xn+bxn-1+c xn-2+..........+z = (x-x1)(x-x2)(x-x3)+.......+(x-xn)$, donde x1,x2,x3, ...xn, son las raíces de la ecuación que se obtiene al igualar al polinomio a cero (0).

Realizando el producto e identificando cada termino, podemos encontrar la relación que existe entre cada coeficiente y las raíces.

Pero hemos verificado que no resulta necesario realizar el producto, ya que la ley de formación de los coeficientes es muy sencilla, más fácil de visualizar y entender, que de enunciar.

No obstante hemos intentado algo al respecto. Lo que debemos considerar es:

- Si la ecuación es de grado n, todos los términos tienen dimensión de x^n, de manera que uno de ellos donde figure x^{n-m}, el coeficiente tendrá dimensión x^m De tal manera dicho coeficiente estará formado por la suma de factores de grado m, integrado por la combinación de raíces agrupadas de a m

- El coeficiente b siempre será igual a la suma de las raíces, cambiada de signo. El término independiente siempre será igual al producto de las raíces. Si la ecuación es de grado par, el signo será positivo, si es de grado impar será negativo. Los coeficientes intermedios tendrán alternativamente signos positivos y negativos.

- −Sí partimos de n =1, el único factor que existirá será $(x-x_1)$, lo cual nos dará

$y=x-x_1$. Si a partir de aquí escribimos sucesivamente en orden creciente de n, las ecuaciones algebraicas, tendremos:

$$y= x-x_1$$

$$y=x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2$$

$$y=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)x-x_1x_2x_3$$

$$y=x^4-(x_1+x_2+x_3+x_4)x^3+(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4)x^2-(x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4)x+(x_1x_2x_3x_4)$$

Para la ecuación de 5to grado encontraremos que los coeficientes valen:

$$B=-(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)$$

$$''=(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_1x_5+x_2x_3+x_2x_4+x_2x_5+x_3x_4+x_3x_5+x_4x_5)$$

$$D=-(x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_2x_5+x_1x_3x_5+x_1x_4x_5+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4+x_2x_3x_5+x_2x_4x_5+x_3x_4x_5)$$

$$E=(x_1x_2x_3x_4+x_1x_2x_3x_5+x_1x_2x_4x_5+x_1x_3x_4x_5+x_2x_3x_4x_5)$$

$$F=-(x_1x_2x_3x_4x_5)$$

- Otra relación que hemos encontrado es que toda ecuación con grado n par tendrá n/2 pares de raíces conjugadas, reales o complejas.

- Si todas las raíces son complejas, el proceso de iteración no será posible, y si lo intentamos no lograremos la convergencia hacia el valor del termino independiente cambiado de signo.

Por el momento hemos resuelto el problema para la ecuación de cuarto grado.

- Si la ecuación es de grado n impar, siempre habrá por lo menos una raíz real, y el resto serán$(n-1)/2$ pares de raíces conjugadas reales o complejas. Se podrá hacer una iteración y determinar x_1; con lo cual si dividimos a la ecuación por (x−x1), obtendremos otra de un grado inferior.

Por el momento hemos resuelto ecuaciones de quinto grado, ya que con el procedimiento mencionado obtenemos una de cuarto grado, susceptible de ser resuelta, según pasamos a detallar.

Sea la ecuación algebraica:

Y = x4+Bx3+" x2+Dx+e=0, las raíces posibles serán:

x1= a+ib	x1=a+b	x1=a+b
x2=a−ib	x2=a−b	x2=a−b
x3=c+id	x3=c+id	x3=c+d
x4=c−id	x4=c−id	x4=c−d

Nos detendremos a analizar el primer caso, en que todas las raíces son complejas conjugadas, y que no permiten la iteración numérica.

Las relaciones que tendremos como consecuencia de reemplazar los valores de x1, x2, x3 y x4 en los respectivos coeficientes serán:

a+c= B/2; ð =(a2+b2) + (c2+d2) +4ac

−D/2= (a2+b2)c+(c2+d2)a; e= (a2+b2)(c2+d2).

La ventaja que tiene esta notación es que siempre trabajaremos con valores reales, independientemente de que las raíces, sean complejas o reales.

De las relaciones:

−D/2=(a2+b2)c + (c2+d2)a

e=(a2+b2).(c2+d2)"eac=(a2+b2)c.(c2+d2)a,

podemos considerarlas la suma y el producto de las raíces de la ecuación de 2do grado z2+D/2z+e.ac=0 " z=−D/4±"D2/16−eac

z1 =− D/4 + D2/16 −eac =(a2+ b2) c:. −D/4c+1/c D2/16 − eac = (a2 + b2), similarmente

z2 = − D/4 − " D2/16 − eac = (c2 + d2)a: . D/4a +1/c " D2/16 − eac = (c2 + d2): .

ð = −D/4 (1/c + 1/a) + (1/c − 1/a) "D2/16 − eac +4ac: .

ð ð ð D/4 (a+c / ac)+(a−c)/ac "D2/16 − eac + 4ac ;

pero a+c = − B/2: . ððBD/ 8ac+ (a− c)/ac " D2/16 − eac +4ac: .

ac ð =BD/8 + 4 (ac) 2 + (a − c) D2/16 − eac: . (a− c)2 (D2/16 − eac) =

ac ð −BD/8 −4 (ac) 2 2 :. (a2 + c2 −2ac) (D2/16 − eac) = ac ð − BD/8 − 4 (ac)2 2

pero (a+ c)2 = B2/4 :. a2 + c2 +2ac = B2/4 :.

(a2 + c2) = B2/4 − 2ac :.(B2/4 − 4ac) (D2 / 16 − eac) = ac ð − BD/8 − 4 (ac)2 2 :.

(a c) 2 ðð ð (BD)2/ 64 + 16 (ac)4 + 2 BD(ac)2/2 − (ac) ð BD/8 − 4 ð (ac)3 =

(BD)2/64 − (ac) D2/4 − B2 e(ac)/4 + 4e(ac)2

16 (ac)4 − 8 (ac) 3 ð + (ac)2 ðð −4e + BD +(ac) B2 e/ 4 + D2 /4 −ð BD/4 = 0 ;

Luego baja un Exponente y pasa a ser una ecuación cúbica

16 (ac)3 − 8 (ac) 2 ð +(ac) ð ð ð ðe +BD + (B2e + D2 − ð BD)/4 = 0 :.

(ac)3 −" /2 (ac) 2 +(ac)/16 ð ð ððe +BD + (B2e + D2 −ð BD)/64 =0

Como a+c =− B/2 :. a= −(B/2 +c) :. (ac)=− Bc/2 −c2:.c2 +Bc/2 + (ac) =0 :.

Obtenemos a= −B/4 +" B2/16 − (ac) ; c=− B/4 − " B2/16 − (ac) ;

Conocidos a y c de las expresiones de "y e calculamos (a2+b2) y (c2+d2), finalizando con el calculo de b y d, con lo que finalmente se determina el valor de las raíces. De las verificaciones hechas y de los desarrollos efectuados, surge que la ecuación cubica, con la que se determina (ac), es común para cualquier tipo de ecuación cuártica, ya sea que tenga raíces reales o complejas conjugadas.

Conviene agregar, que como " −4ac=(a2+b2)+(c2+d2)=(a2+b2)+e/(a2+b2) "

(a2+b2).("− 4ac)= (a2+b2)+e " (a2+b2)2 + (4ac−")(a2+b2)+e=0

(a2+b2)= −(4ac−")/2 + "(4ac−")2 /4− e

(c2+d2) = −(4ac−")/2 − "(4ac−")2/4 − e

Ejemplo:

Sea la ecuación y=x5+x4+x3+x2+x−1=0 "x(x4+x3+x2+x+1)=1, por iteración determinamos que x1=0.5087

Haciendo la división:

(x5+x4+x3+x2+x−1)/(x−0.5087)= x4+1.5087x3+1.7675x2+1.899x+1.966 "

y=x4+1.5087x3+1.7675x2+1.899x+1.966=0

Si aplicamos estos valores a la expresión:

(ac)3 − (ac)2/2." +(ac)/16 " −4e+BD + (B2e + D2−"BD/64)/64=0; obtendremos la ecuación cúbica auxiliar

(ac)3 −0.88375 (ac)2 −0.1172 (ac) +0.047=0 :.

(ac) (ac)2−0.88375(ac)−0.1172=−0.047; iterando encontramos que (ac)1 =0.9549.

Con este valor calculamos (ac)2 ;(ac)3 = − b+(ac)1 /2 ±" [b+(ac)1] 2 /4+d/(ac)1:.

(ac)2 =− (−0.88375+0.9549)/2 + " 0.00126558+0.04922 = 0.1891= (ac)2 (ac)3 = −0.26075, valores que podemos comprobar, cumple con la ecuación cúbica

auxiliar.

Ahora procederemos a calcular a y c , utilizando (ac)3; que nos asegura valores reales, al emplear la expresión. a ,c = − B/4 ± " B2/16 − (ac).

Por el momento no he analizado que significado tienen los restantes valores de (ac).

a= − 1.5087/4 + " 0.14226+0.260275 = 0.25728 ; c= − 1.011635

a= 0.25728

ahora calcularemos (a2+b2);(c2+d2)= −(4ac − ")/2 ±"(4ac −") 2/4 e :.

c= −1.011635

(a2+b2) = 1.4043 + "1.972 − 1.966 = 1.482

(c2 +d2) = 1.3265

Finalmente calculamos b y d

b= "1.482−(0.25728)2 = ± 1.1844 ± " 1.19

d= ± "1.3265 −(1.011635)2 = ± 0.5505, con lo cual las cinco raíces son:

x1= 0.5087
x2= 0.25728+i 1.19
x3= 0.25728− i 1.19
x4= −1.011635+0.5505
x5= −1.011635−i0.5505

Verificación rápida:

x1x2x3x4x5=x1(a2+b2)(c2+d2)=0.5087(0.257282+1.192)(1.0116352+0.55052)= 1 = −f

x1+x2+x3+x4+x5=x1+2(a+c)=0.5087+2(0.25728−1.011635)= −1= −B (de la ecuación quinta)

Para la verificación completa y la definitiva , hay que reconstruir el resto de los coeficientes.

Análisis Crítico del Método Propuesto

Si bien el método queda oscurecido ante la potencia resolutiva del programa *Mathematica* , utilizable en P.C., aún mantiene su validez para el caso de estudiantes y estudiosos de las ecuaciones algebraicas, así como para los profesionales que ocasionalmente carezcan del programa mencionado y de una P.C. pero si cuenten con una calculadora científica.

Yendo al tema en si, sabemos que su aplicación numérica esta restringida al caso de las ecuaciones que poseen raíces reales, no pudiendo determinarse las raíces complejas, salvo el caso de la ecuación de 2º grado cuya resolución es ya conocida, y las de 3er y 4to grado, para las cuales hemos desarrollado un procedimiento ad hoc.

Dado que una ecuación de grado impar, puede factorearse en una raíz real, y una ecuación de grado par, las ecuaciones de grado par, que posean mas de cuatro(4) raíces complejas(2 pares), constituyen el verdadero límite del presente método, por lo que centramos nuestro análisis en las ecuaciones de grado par.

Comenzando, con la ecuación de 2º grado, sabemos que el análisis, de su discriminante nos dice si el par de raíces, son reales o complejas. En el caso de la ecuación de 4º grado, esta determinación esta relacionada intimamente con su resolución, y para las ecuaciones de grado superior, ya no puede determinarse a priori, que cantidad de pares de raíces complejas y/o reales, vamos a tener. Luego si no podemos hablar de certeza, bien podemos recurrir al concepto de probabilidad.

Volvamos entonces a la ecuación de segundo grado. Esta tiene dos posibilidades, que en nuestra notación serán:

$x1= a+b$	$x1= a+ib$
$x2= a-b$	$x2=a-ib$

Si a la probabilidad de que una ecuación de 2º grado tenga dos raíces reales la llamamos Pr, y a la probabilidad de que tenga dos raíces complejas Pc; tendremos Pr+Pc=1.

Como existen infinitas ecuaciones con raíces complejas, así como infinitas ecuaciones con raíces reales, dado que los dos números son iguales, sus probabilidades respectivas también lo serán, luego

Pr=Pc :. 2Pr=2Pc=1:. Pr=Pc=0.5; resultado de por sí obvio.

Para el caso de la ecuación de 4to grado, las posibilidades serán:

$x1=a+b$	$x1=a+b$	$x1=a+ib$
$x2=a-b$	$x2=a-b$	$x2=a-ib$
$x3=c+d$	$x3=c+id$	$x3=c+id$
$x4=c-d$	$x4=c-id$	$x4=c-id$

Es decir que tendremos (3) posibilidades, y siguiendo un razonamiento análogo al que hicimos anteriormente para la ecuación de segundo grado, cada una de ellas tendrá la probabilidad de (1/3)=0.333.........

Si llamamos n al numero de pares de raíces, y pp a la probabilidad de cada posibilidad, generalizando tendremos la relación: pp=1/(n+1) .

Ahora sucede que nosotros estamos en condiciones de resolver ecuaciones que tengan un máximo de (4) cuatro raíces complejas.

Yendo al caso de la ecuación de sexto grado(6º), vemos que tendrá cuatro(4) posibilidades(n+1), de las cuales(3) tres tienen como máximo (4) cuatro raíces complejas, que son resolubles. Luego la relación entre ambas posibilidades nos da la probabilidad de resolver una ecuación de 6ºgrado, a saber Pr=3/4=0.75

Generalizando tenemos que: Pr=3/(n+1)

Con estas definiciones podemos construir la siguiente tabla, la que nos dá una idea de cómo varía la estructura de la ecuación en función de su grado, y del campo de validez de nuestro método.

Grado de la ecuación	Pares de raíces n	Probabilidad de cada posibilidad. Pp=1/(n+1)	Probabilidad de resolverla Pr=3/(n+1)
2º	1	0.5	1
4º	2	0.333....	1
6º	3	0.25	0.75
8º	4	0.20	0.60
10º	5	0.166....	0.5
12º	6	0.143	0.428
14º	7	0.125	0.375
16º	8	0.111.....	0.333.....
18º	9	0.1	0.3
20º	10	0.09	0.27
22º	11	0.0833...	0.25
24º	12	0.0769	0.2307
26º	13	0.0714	0.214
28º	14	0.0666....	0.2
30º	15	0.0625	0.1875
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.		.
.	.	.	.
.	.	.	.
"	"	0	0

Queremos resaltar, que en el caso de las raíces reales, la estructura de la raíz queda enmascarada por la estructura del numero, a diferencia del caso de las raíces complejas, en que esta estructura resulta evidente.

Al unificar la nomenclatura para expresar las raíces encontramos como ventaja, una mejor comprensión de su estructura, y también resulta que los casos como las raíces múltiples y reciprocas, pasan a ser meros casos particulares.

Cabe destacar que en las raíces, los pares de raíces, pasan a ser pares que podemos llamar virtuales, en que las raíces, pueden permutar posiciones, sin alterar el manejo algebraico que de ellas se haga.

Resumen:

Hasta ecuaciones de 5to grado, el método propuesto es superior a los métodos de Horner y de Newton, ya que permite la determinación de raíces complejas, por lo que resulta equiparable al método de Gräffe.

- Para ecuaciones de grado mayor al 5to, sigue superando a los métodos de Horner y Newton, ya que permite resolver ecuaciones con un máximo de (4) cuatro raíces complejas, y resulta inferior al método de Gräffe.
- No se conoce al algoritmo (método) que emplea el programa *Mathematica*, lo cual seria interesante conocer.

- El método posee tres contribuciones a saber:

- Para el caso de la ecuación cubica, establece que dos de las raíces, son función de una tercera.
- Establece que en las ecuaciones de grado par, las raíces se presentan de a pares, ya sean complejas conjugadas o reales. Las ecuaciones de grado impar se pueden factorear en una raíz real, y una ecuación de grado par a la que se le aplican las consideraciones anteriores.
- Establece el concepto de dimensión de los coeficientes y del termino independiente.

Considero que el presente trabajo es un punto de partida, para que alguien con más capacidad y mejores conocimientos, indague sobre las ecuaciones algebraicas, pues creo que pese a su aparente sencillez, aun no se ha dicho la última palabra sobre ellas.

15

b/3+A/2

Con B=1.5087; "=1.7675; D=1.899; e=1.966

b/3+A/2

x2;x3 = (b+x1)/ 2 ± " (b+x1/2) 2+d/x1

X1

X2

R

i

−b/2

Ø

" c− b2 / 4

" 3(x1/2)2+c

Ø

−x1/2

i

R

X3

X2

X1

" x12+c