

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

UNIVERSIDAD FERMÍN TORO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

INTRODUCCIÓN

El método de diseño lo determinan las especificaciones. El diseñador trata de satisfacer todos los requerimientos mediante la repetición juiciosa del método de prueba y corrección.

Ajustar la ganancia es el primer paso, sin embargo en muchos casos prácticos, no basta ajustar la ganancia del sistema para cumplir con las especificaciones dadas. Con frecuencia, aumentar la ganancia mejora el funcionamiento estacionario, pero redundante en una estabilidad pobre. En tal caso es necesario rediseñar el sistema para alterar el funcionamiento global, de manera que el sistema se comporte en la forma deseada. Este rediseño se denomina compensación y al dispositivo que se inserta se le denomina compensador. El compensador modifica el desempeño con déficit del sistema original.

El siguiente trabajo tiene como finalidad, presentar algunos procedimientos para el diseño y compensación de sistemas de control lineales, invariantes en el tiempo, con una entrada y una salida.

Compensadores

Se han utilizado numerosos dispositivos físicos como compensadores. Entre las muchas clases de compensadores, ampliamente utilizados, están los de adelanto, de atraso, de atraso-adelanto y compensadores con retroalimentación de velocidad.

Los compensadores pueden ser dispositivos electrónicos, o redes eléctricas, mecánicas, neumáticas, hidráulicas o alguna combinación de ellas.

Compensación en serie y compensación en paralelo

Las figuras (a) y (b) muestran los esquemas de compensación que suelen utilizarse para los sistemas de control realimentados. La figura (a) contiene la configuración en la que el compensador $G_c(s)$ se coloca en serie con la planta. Este esquema se denomina compensación en serie.

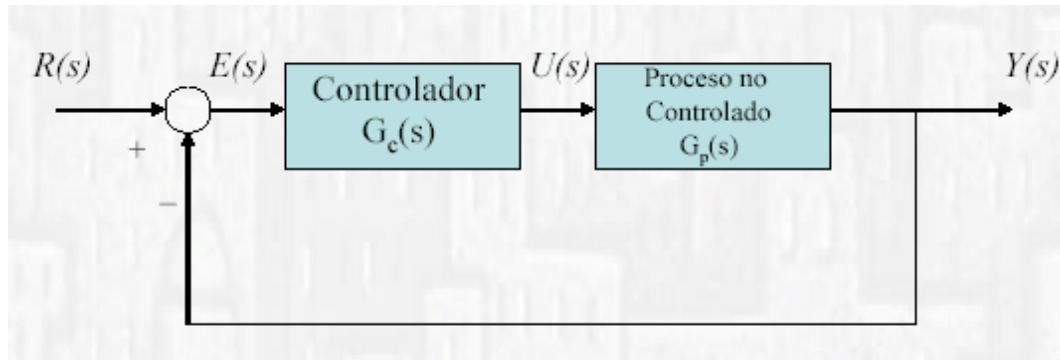
Una alternativa a la compensación en serie es la realimentación de las señales de algunos elementos y la colocación de un compensador en la trayectoria de realimentación interna resultante, como se aprecia en la figura (b). Esta compensación se denomina compensación mediante realimentación ó compensación en paralelo.

Al compensar los sistemas de control, observamos que, por lo general, el problema termina en un diseño conveniente de un compensador en serie o mediante realimentación. La elección entre la compensación en serie y la compensación mediante realimentación depende de la naturaleza de las señales del sistema, los niveles de potencia en los diferentes puntos, los componentes disponibles, la experiencia del diseñador, las consideraciones económicas, etc.

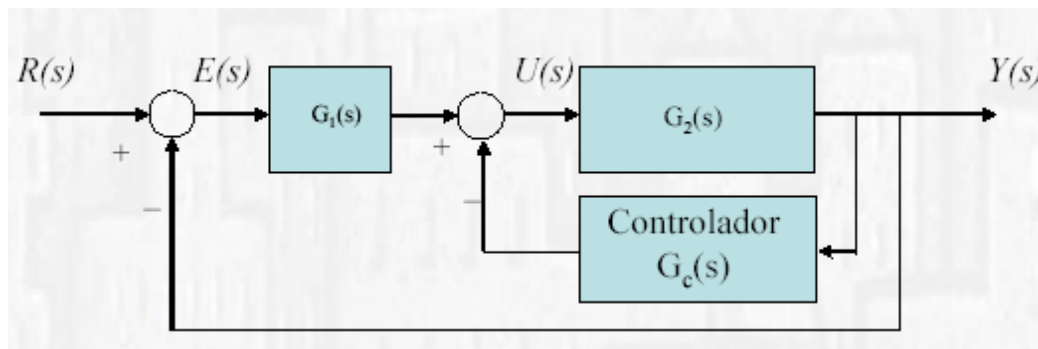
En general, la compensación en serie es mas sencilla que la compensación mediante realimentación; sin

embargo aquella requiere con frecuencia de amplificadores adicionales para incrementar la ganancia y/o ofrecer un aislamiento. Observe que, la cantidad de componentes de la compensación en paralelo será menor que la cantidad de compensación en serie, siempre y cuando se tenga una señal adecuada, debido a que la transferencia se da de un nivel de potencia más alto a un nivel mas bajo.

Al analizar los compensadores, solemos utilizar términos como compensación en adelanto, compensación en atraso y compensación adelanto – atraso. En este trabajo explicaremos solo la compensación en adelanto y en atraso.



(a)



(b)

Procedimiento de diseño para compensar en adelanto por el método del

Lugar de las Raíces

Se utiliza cuando el sistema no cumple las especificaciones transitorias y un solo ajuste de ganancia no es suficiente.

- De las especificaciones de funcionamiento, se determina la ubicación deseada de los polos dominantes de lazo cerrado.
- Trazar el diagrama de L.R. para el sistema no compensado cuya función de transferencia es $G(s)$. Determine si con solo ajustar la ganancia se logra obtener o no los polos de lazo cerrado deseados. De no ser posible, calcule la deficiencia angular, este ángulo se debe proporcionar por el compensador en adelanto para que el nuevo LGR pase por las ubicaciones deseadas.
- Suponga que la función de transferencia del compensador en adelanto es:

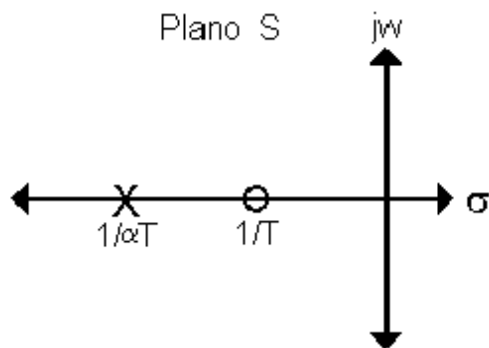
$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

$$(0 < \alpha < 1)$$

donde α y T se determinan a partir de la deficiencia angular, K_c se determina a partir del requisito de ganancia de lazo abierto. Entonces la F.T. de lazo abierto del sistema compensado es $G_c(s)G(s)$.

- Si las constantes de error estático no se especifican determine la ubicación del polo y cero del compensador en adelante. (Si se especifica alguna constante de error estático, en general es más simple utilizar el procedimiento de respuesta en frecuencia).
- Determine la ganancia de lazo abierto del sistema compensado partiendo de la condición de magnitud.

La compensación en adelante, se caracteriza por tener el cero más cercano al origen que el polo y modifica substancialmente la ubicación de polos de lazo cerrado.



Ubicación del cero y polo en compensación en adelante

Ejemplo:

Considere el sistema con realimentación unitaria y F.T. directa:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

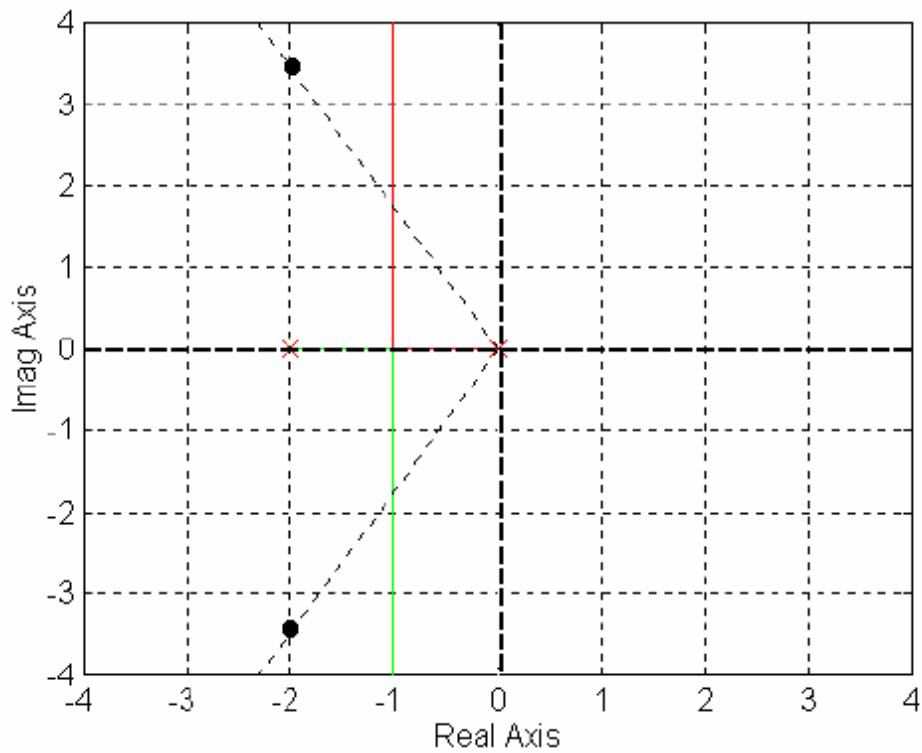
Se desean modificar los polos de lazo cerrado de modo que se obtenga

$$s = -2 \pm j2\sqrt{3}$$

Como primer paso, ubicamos la posición de los polos de lazo cerrado, los cuales en este caso deben ser en:

$$s = -2 \pm j2\sqrt{3}$$

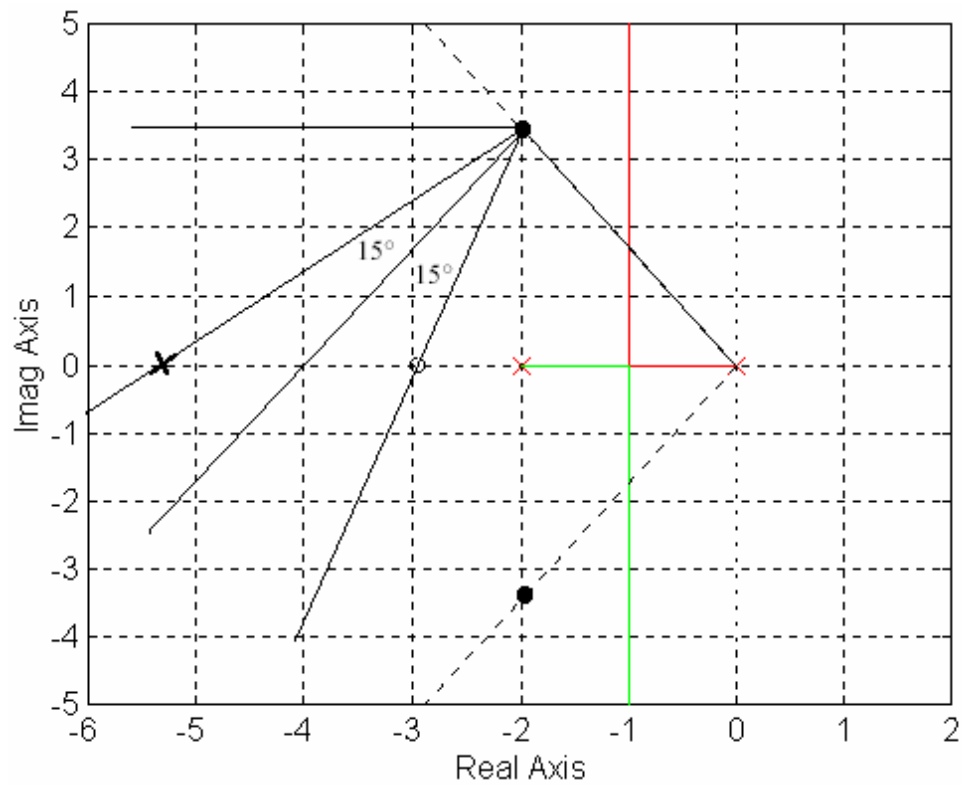
. A continuación trazamos el L.G.R para el sistema sin compensar.



En este sistema el ángulo de $G(s)$ en el polo de lazo cerrado deseado es:

$$\frac{K}{s(s+2)}_{s=-2+j\sqrt{3}} = 210$$

Así que el compensador debe contribuir con $= 30^\circ$ en este punto.



El polo del compensador deberá ubicarse en -5.4 mientras que el cero deberá ubicarse en -2.9 . La función de transferencia del sistema compensado será por lo tanto:

$$G_c(s)G(s) = K_c \frac{s+2.9}{s+5.4} \frac{K}{s(s+2)} = \frac{k(s+2.9)}{s(s+2)(s+5.4)}$$

donde $k = KK_c$

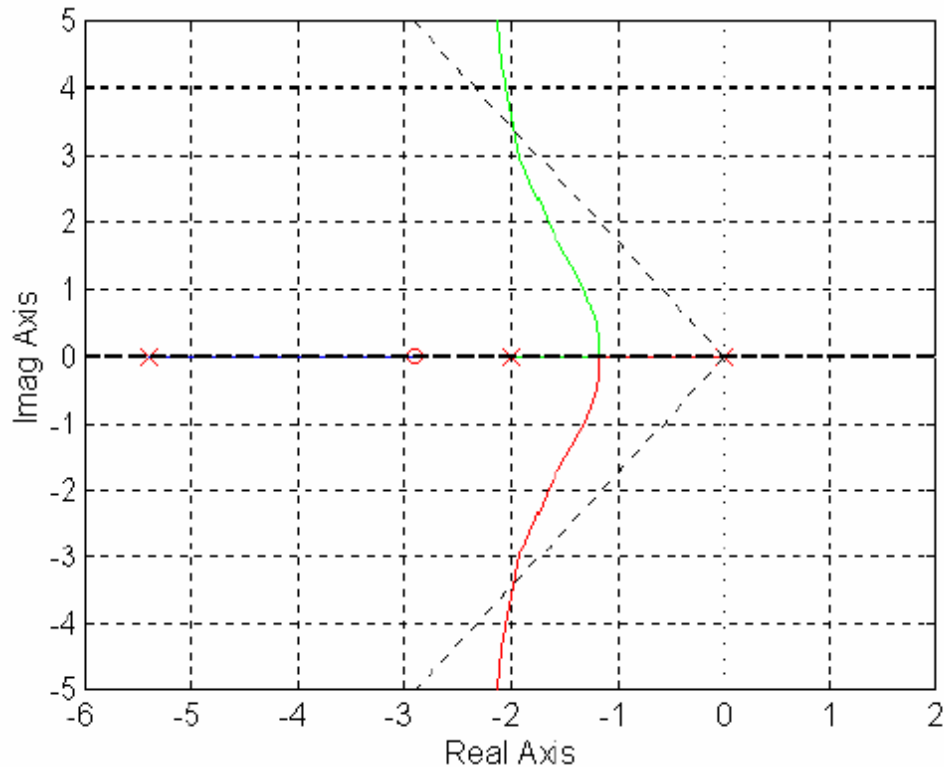
Considerando la condición de magnitud la ganancia k puede ser evaluada como

$$\left| \frac{k(s+2.9)}{s(s+2)(s+5.4)} \right|_{s=-2+j\sqrt{3}} = 1$$

Lo cual da $k = 18.7$ es decir considerando $K = 4$ entonces $K_c = 4.68$ y por lo tanto la función de transferencia del compensador en adelante será:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = 2.51 \frac{0.345s + 1}{0.185s + 1}$$

Por lo tanto, el diagrama del L.G.R compensado es el siguiente:



Procedimiento de diseño para compensar en atraso por el método del Lugar

de las Raíces

Se utiliza cuando el sistema cumple las especificaciones transitorias y no las de estado estacionario (error).

- Trazar el diagrama de L.R. para el sistema no compensado cuya función de transferencia es $G(s)$. Basado en las especificaciones transientes, ubique los polos dominantes de lazo cerrado en L.R.
- Suponga que la función de transferencia del compensador en atraso es:

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

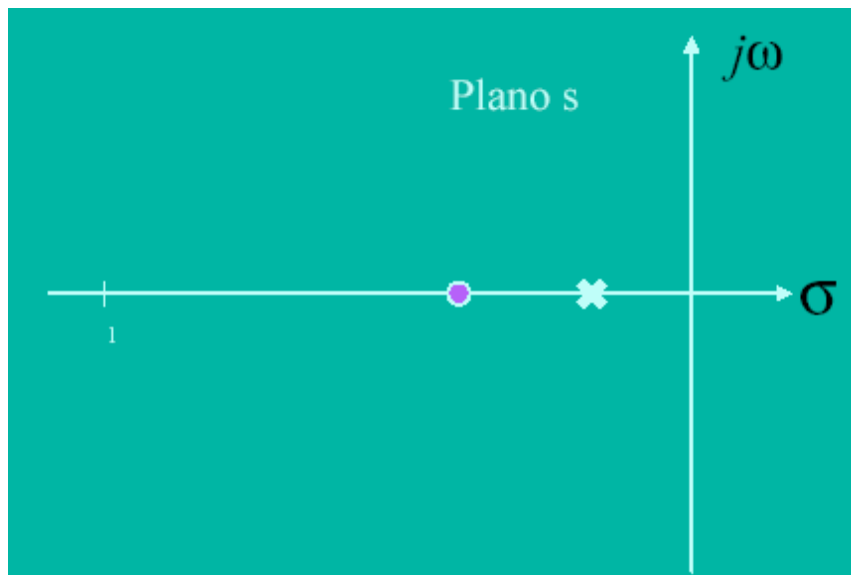
$\beta > 1$

Entonces la F.T. de lazo abierto del sistema compensado es $G_c(s)G(s)$.

- Evalúe el coeficiente de error estático particular especificado en el problema.
- Determine la magnitud del aumento en el coeficiente de error estático para satisfacer las especificaciones.
- Determine el polo y cero del compensador en atraso que produce el aumento necesario en el coeficiente de error, sin alterar de forma notoria el L.R. original (Note que la relación entre la ganancia requerida y la ganancia hallada es la relación entre la distancia del cero al origen y la del polo al origen).
- Trace el nuevo L.R. Ubique los polos de lazo cerrado
- Ajuste la ganancia K_c del compensador partiendo de la condición de magnitud.

Se caracteriza por:

- Un par polo-cero muy próximos al origen.
- Muy próximos entre sí.
- El polo mas cerca del origen.
- **NO** modifica substancialmente el lugar de las raices.



Ubicación polo cero en compensación en atraso

Ejemplo:

Considere el sistema con realimentación unitaria y F.T. directa:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

Determine el valor de ganancia que permite $\zeta = 0.5$ y $\omega_n = 0.67$, con esta ganancia calcule el error estático de velocidad y utilice un compensador de atraso que permita tener $K_v = 5$ sin cambiar en forma notable los polos dominantes de lazo cerrado.

Para hallar el error estático de velocidad para este sistema que es tipo 1, la entrada debe ser una rampa y por lo tanto tenemos que:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)H(s)}$$
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)$$
$$K_v = 0.53$$

Se necesita un compensador en atraso que incremente el coeficiente de error en un factor de aproximadamente 10, se elige $\tau = 10$ y se colocan el cero y el polo del compensador en atraso en $s = -0.1$ y $s = -0.01$

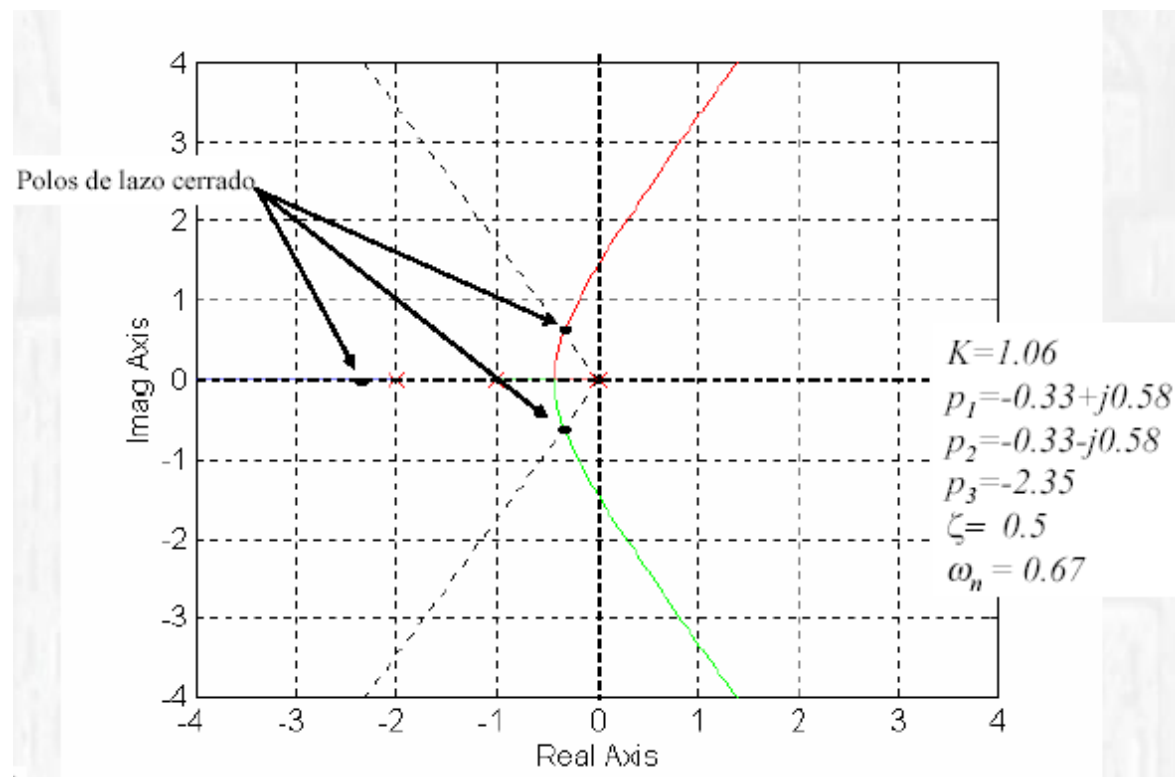


Diagrama del L.G.R sin compensar

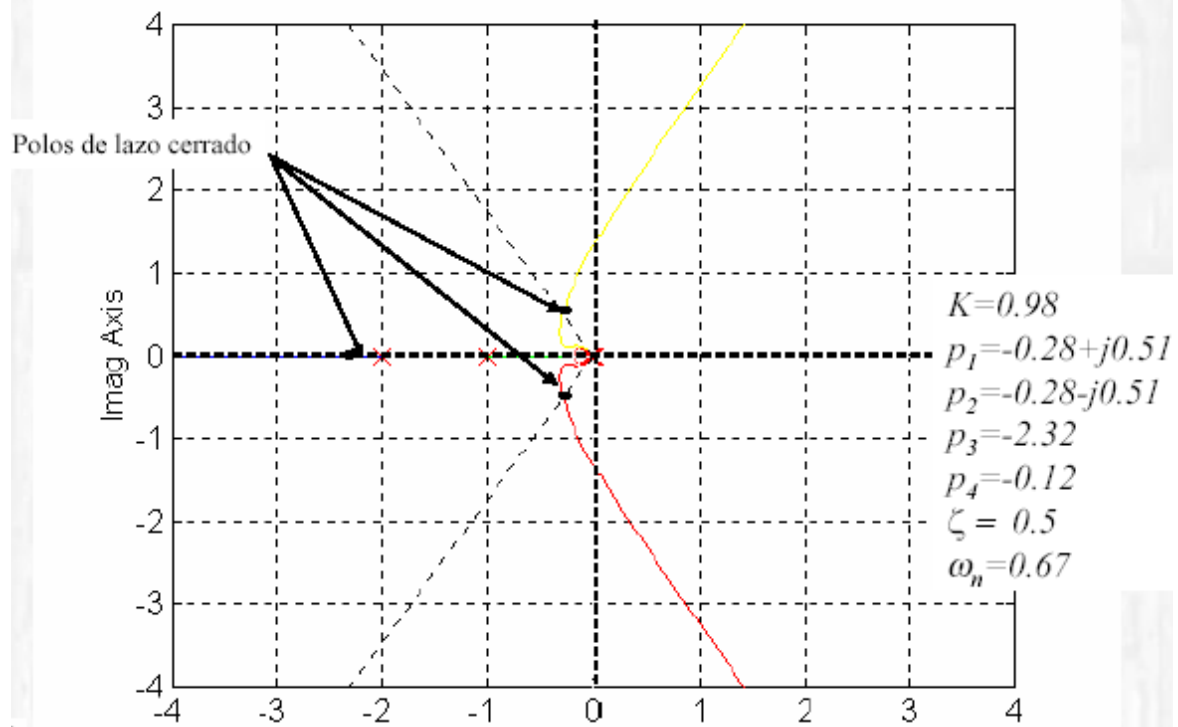


Diagrama del L.G.R compensado en atraso

Procedimiento de diseño para compensar en adelante por el método de

Respuesta en Frecuencia

Se requiere modificar la forma de la curva de respuesta en frecuencia dando suficiente adelanto de fase como para contrarrestar el atraso de fase excesivo.

- Suponga el siguiente compensador en adelante:

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

Determine la ganancia K que satisface el requisito de coeficiente de error estático.

- Utilizando la ganancia K trace el diagrama de Bode del sistema no compensado. Evalúe el margende fase.
- Determine el ángulo de fase en adelante f necesario para agregarlo al sistema
- Determine el factor de atenuación a utilizando:

$$\sin \phi_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

Determine la frecuencia en que la magnitud del sistema no compensado es igual a $-20 \log(1/\sqrt{\alpha})$

Elija esta frecuencia como nueva frecuencia de cruce de ganancia, esta frecuencia corresponde a

$$\omega_m = 1/(\sqrt{\alpha}T)$$

y el máximo desplazamiento de fase se produce a esta frecuencia.

- Determine las frecuencias de cruce del compensador en adelante.
- Usando el valor de K determinado en el paso 1 y el de α en el paso 4 calcule la constante K_c del compensador.
- Verifique el margen de ganancia para asegurar que sea satisfactorio.

Ejemplo:

Considere el sistema con realimentación unitaria y F.T. directa:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$$

Se desea diseñar un compensador para el sistema tal que el coeficiente de error estático de velocidad sea 20, el margen de fase no sea menor a 50° , y el margen de ganancia sea por lo menos de 10dB.

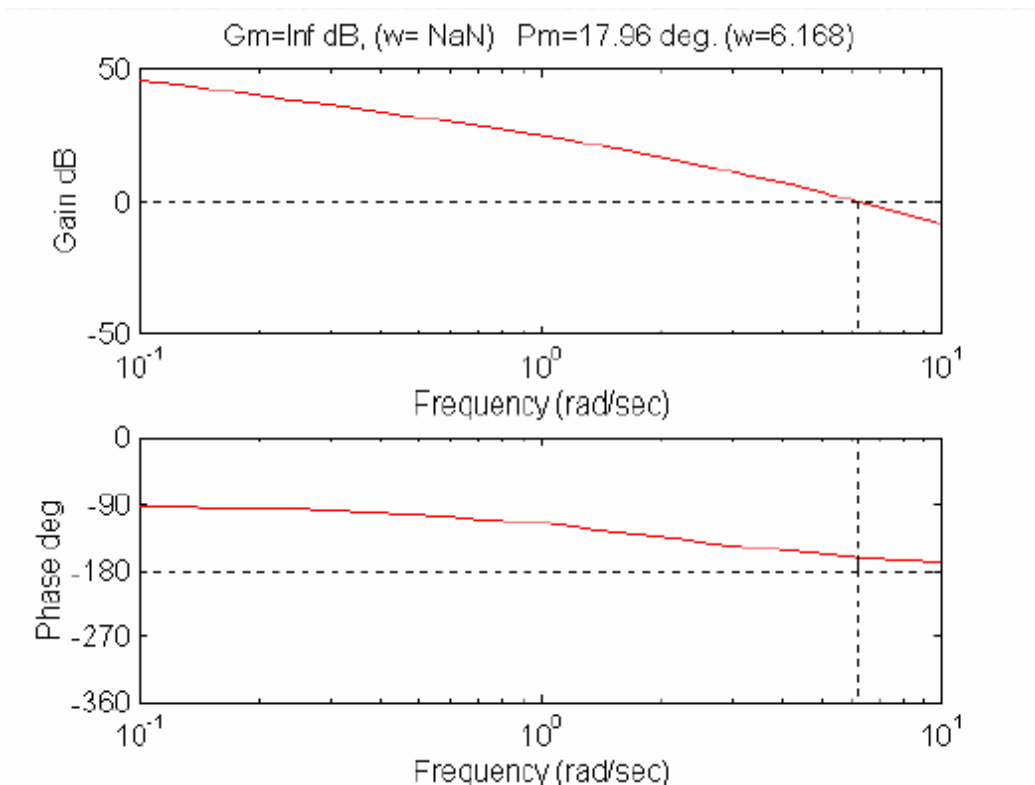
Solución:

Para hallar el error estático de velocidad para este sistema que es tipo 1, la entrada debe ser una rampa y por lo tanto tenemos que:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \frac{4K}{s(s+2)} = 2K = 20$$

$$K = 10$$

se trazan los diagramas de Bode y se obtienen los márgenes de fase y de ganancia:



se necesita un adelanto de fase de al menos 33° se tomara $\delta m = 38^\circ$ lo cual

lleva a $\delta = 0.24$. Se hace notar que:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{0.24}} = 6.2dB$$

$$y \quad |G(j\omega)| = 6.2dB \quad \omega = 9rad / seg$$

por lo tanto se debe elegir esta frecuencia como la nueva frecuencia de cruce y eso nos lleva a que:

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\alpha}\omega_c = 4.41$$

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\alpha}} = 18.4$$

El compensador en adelanto se convierte en:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 4.41}{s + 18.4} = K_c \alpha \frac{0.227s + 1}{0.054s + 1}$$

$$K_c = \frac{K}{\alpha} = \frac{10}{0.24} = 41.7$$

$$G_c(s)G(s) = 41.7 \frac{s + 4.41}{s + 18.4} \frac{4}{s(s + 2)}$$

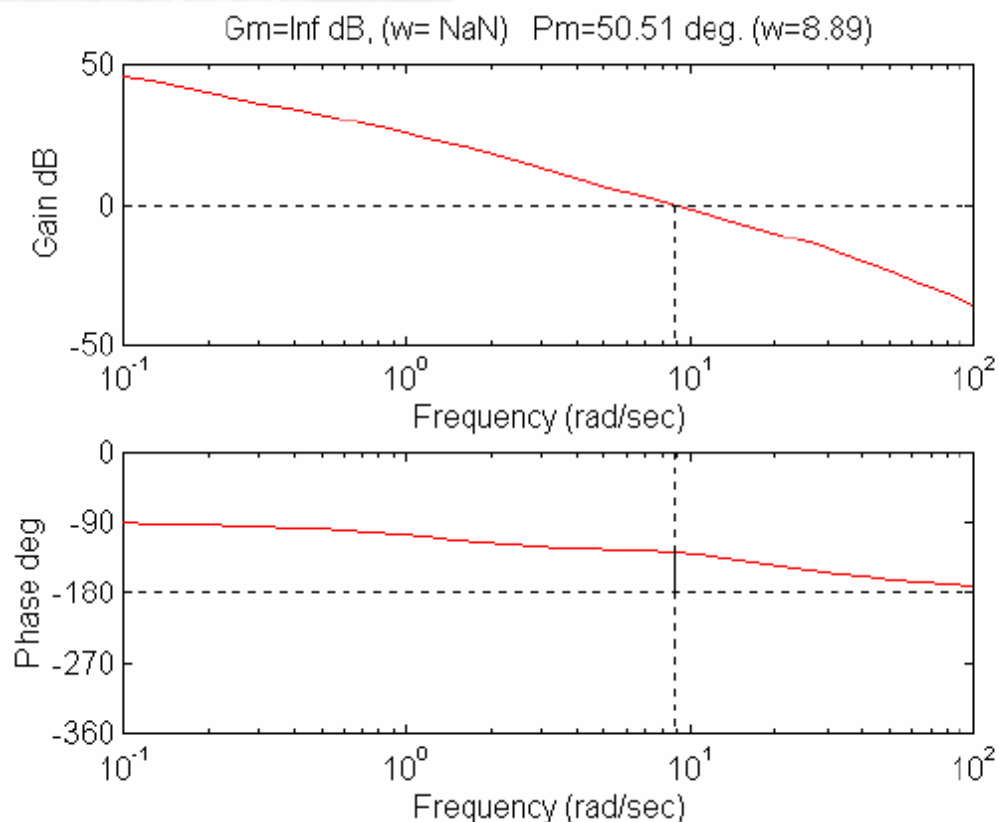


Diagrama de bode con compensación en adelanto

Procedimiento de diseño para compensar en atraso por el método de

Respuesta en Frecuencia

La función primaria de un compensador en atraso es atenuar en el rango de alta frecuencia para dar al sistema suficiente margen de fase.

Suponga el siguiente compensador de atraso:

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

Determine la ganancia K que satisface el requisito de coeficiente de error estático.

- Utilizando la ganancia K trace el diagrama de Bode del sistema no compensado. Evalúe el margen de fase.
- Si el sistema sin compensación no satisface las especificaciones en márgenes de fase y de ganancia, halle el punto de frecuencia donde el ángulo de fase es igual a -180° más el margen de fase requerido más 5° a 12° . Elija esta frecuencia como la nueva frecuencia de cruce de ganancia.
- Para evitar efectos perjudiciales del atraso de fase el polo y el cero del compensador deben ubicarse por abajo de la nueva frecuencia de cruce (una década u una octava por abajo).
- Determine la atenuación necesaria para bajar la curva de magnitud a cero dB en la nueva frecuencia de cruce, esta atenuación es $-20 \log$ determine el valor de β y después la otra frecuencia.
- Usando el valor de K determinado al inicio y el β en el paso anterior determine el valor de K_c .

Ejemplo:

Considere el sistema con realimentación unitaria y F.T. directa:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

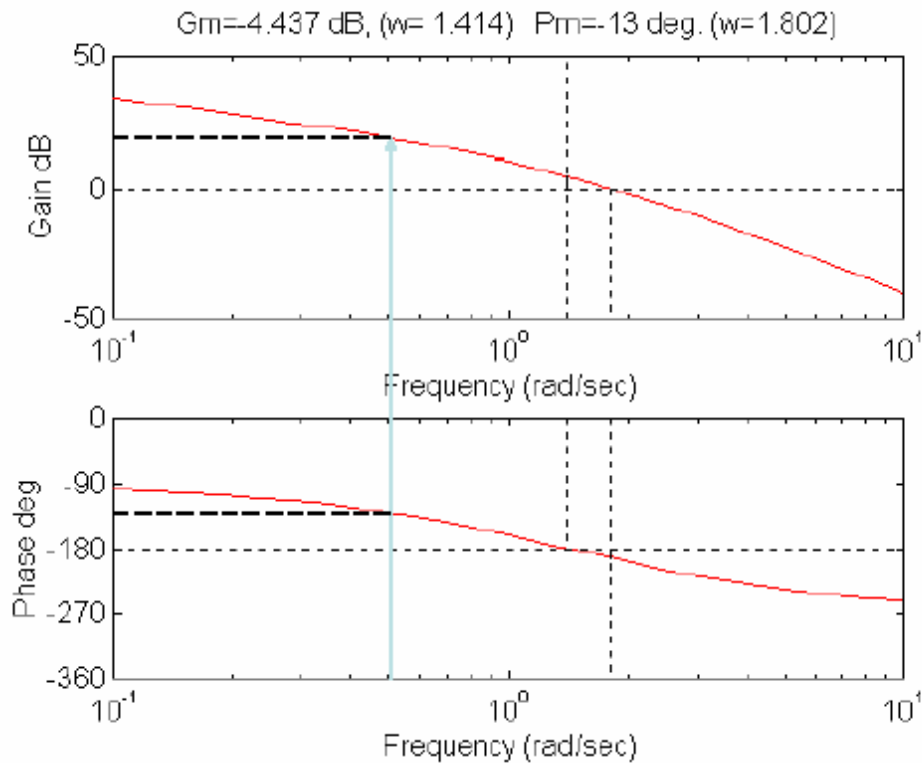
Se desea diseñar un compensador para el sistema tal que el coeficiente de error estático de velocidad sea 5, el margen de fase sea al menos 40° , y el margen de ganancia sea por lo menos de 10dB.

Solución:

Para hallar el error estático de velocidad para este sistema que es tipo 1, la entrada debe ser una rampa y por lo tanto tenemos que:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)} = K = 5$$
$$K = K_c \beta = 5$$

se trazan los diagramas de Bode y se obtienen los márgenes de fase y de ganancia:



se necesita un adelanto de fase de al menos 33° se tomara $m = 38^\circ$ lo cual lleva a $\alpha = 0.24$.

Se hace notar que:

$$G(j\omega) = 128^\circ \quad \omega = 0.5 \text{ rad/sec}$$

y $|G(j\omega)| = 20 \text{ dB}$

por lo tanto:

$$20 \log \frac{1}{\beta} = -20 \quad \beta = 10$$

se elige las frecuencias del polo y el cero en:

$$\frac{1}{T} = 0.1$$

$$\frac{1}{\beta T} = \frac{1}{(10)(10)} = 0.01$$

además:

$$K_c = \frac{K}{\beta} = \frac{5}{10} = 0.5$$

por lo tanto:

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = 5 \frac{10s + 1}{100s + 1} = 0.5 \frac{s + 0.1}{s + 0.01}$$

$$G_c(s)G(s) = 5 \frac{10s + 1}{100s + 1} \frac{1}{s(s + 1)(0.5s + 1)}$$

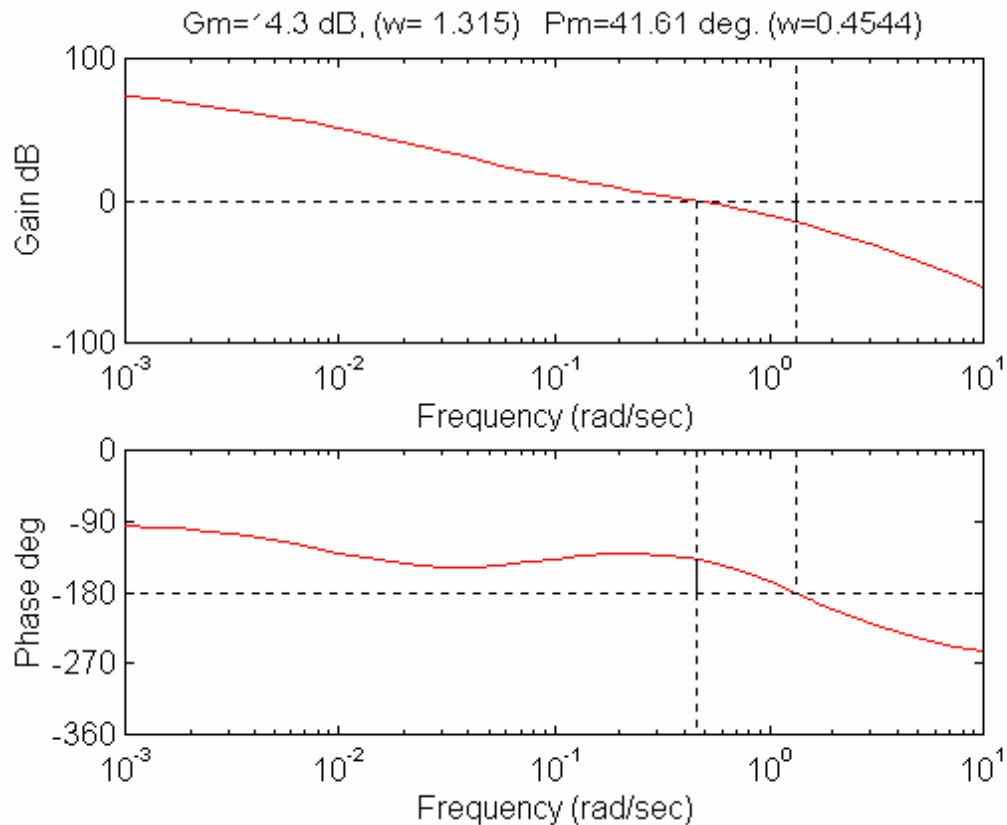


Diagrama de bode con compensación en atraso

CONCLUSIÓN

Las técnicas de compensación, son una buena herramienta para ajustar las ganancias de un sistema de control para poder cumplir con las especificaciones dadas. Existen dos tipos de compensación, una en serie y otra en paralelo, la primera es sencilla en comparación con la otra, pero con la otra, generalmente, podemos ahorrarnos los amplificadores en el sistema.

Existen tres técnicas para calcular la compensación en un sistema de control, las cuales son, compensación en atraso, compensación en adelante y compensación en adelante – atraso. Existen dos maneras de calcular dichas técnicas son: el diseño de sistemas de control mediante el lugar geométrico de las raíces y el diseño de sistemas de control mediante la respuesta en frecuencia.

BIBLIOGRAFÍA

- Técnicas de Proyecto y Compensación. Rubén Alejo Palomares. 1999. Departamento de Ing. Electrónica – UDLAP. Mexico.
- Análisis y diseño de sistemas de control en MATLAB. Dr. José Luis Vázquez. 1999. Departamento de Ing. Electrónica – UDLAP. Mexico.